Revista Internacional de Investigación e Innovación Tecnológica

Página principal: www.riiit.com.mx

Números Intervalares y su Aritmética: Describir magnitudes y operarlas de acuerdo al razonamiento natural del ser humano

Interval numbers and their arithmetic: Describing magnitudes and operating them according to natural human reasoning

Cazarez-Castro, N.R.[a,b]*, Cabral-Rosetti, L.G.[b]

[a] Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica; Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Tijuana; C. P. 22430, Tijuana, Baja California, México. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6787-3947*.
[b] Departamento de Posgrado; Tecnológico Nacional de México/ Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica; C. P. 76000, Santiago de Querétaro, Querétaro, México. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2417-8412.
nohe.cc@tijuana.tecnm.mx*; luis.cr@ciidet.tecnm.mx

Innovación tecnológica: Definición de números intervalares, desde la perspectiva de lenguaje natural, y sus operaciones.

Área de aplicación: Matemáticas, física e ingeniería.

Recibido: 12 febrero 2026
Aceptado: 08 junio 2026

Abstract

Human beings possess abilities that allow them to observe, study, understand, and modify their environment. These processes have enabled humanity to generate knowledge and develop technology. Mathematics, constructed and developed by humankind, is taught from early childhood, with an emphasis on the symbols that represent magnitudes and their operations. This work presents interval numbers as an alternative for representing magnitudes based on how humans understand, assign meaning to, and make inferences about their environment. Furthermore, it provides definitions for the operations that can be performed with these numbers. Formal definitions are presented, alongside an effort to describe their application in realistic contexts of human life.

Keywords: Interval numbers, arithmetic operations, natural language.

Resumen

El ser humano cuenta con capacidades que le permiten observar su entorno, estudiarlo, entenderlo, modificarlo, entre otros. Estos procesos le han permitido generar conocimiento, desarrollar tecnología, etc. Las matemáticas, construidas y desarrolladas por el ser humano, se enseñan desde la primera infancia, haciendo énfasis en los símbolos que representan magnitudes, y sus operaciones. Este trabajo presenta la noción de intervalo y los números asociados a ellos (números intervalares), como alternativa para representar magnitudes sobre lo que el ser humano entiende de su entorno, cómo le da significado, cómo infiere, y, además, se presenta definiciones de operaciones que se pueden hacer con estos números. Se presentan definiciones formales, y se hace un esfuerzo por describir situaciones de uso en contextos realistas de la vida del ser humano.

Palabras clave: Números intervalares, operaciones aritméticas, lenguaje natural.

1. Introducción

Los primeros acercamientos que tiene una persona con los números son en la primera infancia (Santana-Espitia, 2022; Altúzar Rodríguez, 2024). Previo a que un infante emita su primera palabra, el núcleo familiar se obsesiona con que repita los números, induciéndolos a viva voz, en canciones (Elsa Hernández-Centeno, 2023), e incluso, en otros idiomas, sin dejar de mencionar el uso que se ha dado a las tecnologías de la información y comunicación (TICs) (Reséndiz-Balderas, 2020). En el ámbito educativo formal, la primera experiencia es en nivel preescolar (Altúzar Rodríguez, 2024; Santana-Espitia, 2022; Reséndiz-Balderas, 2020), que abarca los primeros dos o tres años de formación, después, regularmente entre los tres y seis años de edad, donde se incentiva a que se reconozca los símbolos que representan los números, y a que haga relaciones entre el símbolo y cantidad de objetos, induciendo el concepto de conteo (Altúzar Rodríguez, 2024; Santana-Espitia, 2022). En la educación primaria, regularmente de seis años, y posteriores al preescolar, cuando el infante tiene entre 6 y 12 años, se refuerza el concepto de conteo (Dorinda Mato-Vázquez, 2019), la identificación de objetos, y las operaciones aritméticas básicas (Trejo-Guerrero, 2023), que dan soporte al resto de la formación primaria, secundaria (de tres años y posteriores a la primaria), y bachillerado (de tres años y posteriores a la secundaria).

El aprendizaje de los números y sus operaciones es fundamental para avanzar por el sistema educativo. Sin ser explícito, en la mayoría de las ocasiones, se conoce al conjunto de los números naturales, después al conjunto de los números enteros, después al conjunto de los números racionales, se introducen muy intuitivamente los números irracionales ($e, \pi, \sqrt{2}, etc.$) para con ello llegar hasta el conjunto de los números reales, con los cuales, es suficiente para aprender aritmética y resolver muchos problemas de los inducidos en la educación primaria, hasta que, en la educación secundaria, se tiene la necesidad de calcular las raíces de una ecuación de segundo grado, que puede tener raíces complejas conjugadas, y estos temas se dejan para una etapa posterior de formación, que en México, por lo regular, es una educación superior, por ejemplo, en los programas de ingeniería que ofrece el Tecnológico Nacional de México (TecNM), es en la materia Algebra Lineal, donde se introduce el conjunto de números complejos. Sin embargo, en otros países, los números complejos son introducidos mucho antes, en educación secundaria y/o bachillerato.

Aprender sobre los números y sus operaciones permite que se puedan desarrollar temas como el cálculo de áreas y perímetros, tanto de figuras regulares como de figuras irregulares, aprender sobre razones y proporciones, etc. Sin embargo, no se hace una pausa para verificar si lo que se aprende correlaciona con la forma en la que el ser humano, de forma natural, construye conceptos relacionados con su entorno. Aquí cabe preguntarse ¿qué es un número?, y tener claro que, de forma general, un número es un concepto abstracto, pero también es una herramienta matemática fundamental, utilizada para contar, medir, ordenar y etiquetar cantidades y/o magnitudes. Aunado al concepto de número, surge la pregunta ¿qué es medir?, y tener claro que medir es el proceso de comparar una magnitud patrón con otra. Por ejemplo, en física (longitud, masa, tiempo, etc.), con una unidad de medida (referencia o patrón) estándar y constante, para determinar cuántas veces la segunda está contenida en la primera. La acción de medir permite obtener un valor numérico objetivo y preciso, transformando una observación en una representación cuantitativa, ¿es esta definición universalmente válida?

Un problema clásico de matemáticas en educación primaria puede ser el siguiente: "Melitón compró 100 plátanos a $5.00 cada uno ¿Cuánto pagó Melitón por los plátanos?". En este ejemplo, sin lugar a dudas se puede ejercitar la operación de multiplicación e inducir al estudiantado la importancia de la misma. Sin embargo, en el entorno del estudiantado, en su vida cotidiana, los $5.00 que cuesta cada plátano, puede ser irrelevante, ya que, lo que escucha en su entorno es que los plátanos "están caros" o "están baratos", y en este contexto ¿puede determinarse cuánto se tendría que pagar por los plátanos caros y/o por los plátanos baratos?

El ejemplo del párrafo anterior plantea el tema desarrollado en este artículo, la importancia de explorar conjuntos de números que permitan procesar la información de una forma más cercana a como lo hace el ser humano de forma natural, ya que, en la mayoría de las ocasiones, el ser humano utiliza términos lingüísticos para hablar de las magnitudes que percibe del entorno, y en lugar de decir "la temperatura es de 10 grados centígrados", porque quizás no tenga un termómetros para medir la temperatura, simplemente diga "hace frío", porque así lo percibe, con base en su conocimiento, en la mayoría de las ocasiones empírico, o, utilizando magnitudes (números), se usan expresiones como por ejemplo "alrededor de 5 grados" o "más o menos 5 grados", como ejemplos de entorno frío.

Es importante mencionar que en este trabajo predomina una intención divulgativa y pedagógica, sobre intenciones de profundidad matemática conceptual.

2. Conceptos fundamentales

Para matematizar magnitudes vagas, para las cuales no se tiene precisión numérica, por falta de un instrumento de medición, porque el instrumento de medición no es preciso, o por cualquier otro motivo que induzca incertidumbre, es común que se usen expresiones lingüísticas que incluyan términos como "alrededor", "por lo menos", "a lo más", etc., los cuales tienen una representación matemática, los intervalos, mismos que se presentan en la Sección 2.1. Es importante precisar que, no es intención de este artículo intentar presentar a la matemática intervalar, sino dar un enfoque divulgativo-educativo. Literatura original sobre matemática intervalar y sus motivaciones originales pueden encontrarse en Jaulin, L., Kieffer, M., Didrit, O., & Walter, É. (2001), Hansen, E., & Walster, G.

W. (2003), Moore, R. E. (1966), Moore, R. E., Kearfott, R. B., & Cloud, M. J. (2009), Neumaier, A. (1990), Sunaga, T. (1958), Sunaga, T. (2009) y Warmus, M. (1956), y en trabajos que usan intervalos como elemento para el modelado de incertidumbre, como en Chen, G., & Pham, T. T. (2000), Chen, G., & Pham, T. T. (2006), Chen, G., & Shieh, L. S. (1997), Chui, C. K., & Chen, G. (1990), Dubois, D., & Prade, H. (1988), Li, Z., Halang, W. A., & Chen, G. (Eds.). (2006), Lu, J. G., & Chen, G. (2009) y Zadeh, L. A. (1965).

2.1 Invervalos

Relacionando con la recta numérica, un *intervalo*, es representado mediante un segmento de recta, limitado por dos valores reales a y b, tal que $a \leq b$ (a es menor o igual que b), denominándose *límite inferior* a a, y *límite superior* a b.

Los intervalos se clasifican en *intervalos abiertos* e *intervalos cerrados*, siendo un intervalo abierto aquel que no incluye al límite (inferior o superior), y un intervalo cerrado aquel que incluye al límite (inferior o superior). Para denotar apertura en un intervalo se utiliza un paréntesis circular que abre ("(" o ")" para inferior y superior, respectivamente), y para denotar cerradura se utiliza un corchete o coloquialmente conocido como paréntesis cuadrado ("[" o "]" para inferior y superior, respectivamente). En la Figura 1 se puede observar, en la Figura 1 (I) el intervalo (a,b), abierto tanto por la izquierda como por la derecha, en la Figura 1 (II) el intervalo $(a,b]$, abierto por la izquierda y cerrado por la derecha, en la Figura 1 (III) el intervalo $[a,b)$, cerrado por la izquierda y abierto por la derecha, y en la Figura 1 (IV) el intervalo $[a,b]$, cerrado tanto por la izquierda como por la derecha.

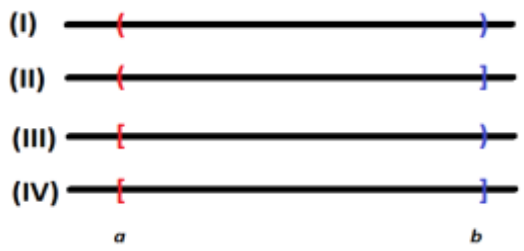


Figura 1. Ejemplificación de intervalos. (I) abierto-abierto, (II) abierto-cerrado, (III) cerrado-abierto, y (IV) cerrado-cerrado.

Nótese que los ejemplos mostrados en la Figura 1 tienen una correlación directa con las expresiones lingüísticas, ya que, por ejemplo, en la Figura 1 (b), puede interpretarse como "más que a, y hasta b", es decir, por la izquierda no se incluye en el intervalo a a, y por la derecha, si se incluye en el intervalo a b.

Dicho lo anterior, a partir de este momento, al *intervalo* se le denomina *número intervalar*.

2.2 Aritmética de intervalos

Sean $A = [a, b]$ y $B = [c, d]$ dos números intervalares (intervalos) de una misma clase de números (universo de discurso). Entonces:

La suma $A + B$, es un número intervalar $C = A + B$, tal que

$$C = A + B = [a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$$

Una representación de la operación suma puede verse en la Figura 2.



Figura 2. Representación de la suma de dos números intervalares.

La sustracción $A - B$, es un número intervalar $C = A - B$, tal que

$$C = A - B = [a, b] - [c, d] = [a - d, b - c]$$

Una representación de la operación sustracción puede verse en la Figura 3.



Figura 3. *Representación de la sustracción de dos números intervalares.*

El recíproco de A, es

$$A^{-1} = [a, b]^{-1} = [b^{-1}, a^{-1}] = \left[\frac{1}{b}, \frac{1}{a}\right]$$

Si $0 \notin [a, b]$ (el cero no pertenece al intervalo, ya que el símbolo $\notin$ representa la no pertenencia a un conjunto). De lo contrario, $A^{-1} = \nexists$ (no existe, ya que el símbolo $\nexists$ representa la no existencia).

El producto AB, es un número intervalar $C = AB$, tal que

$$C = AB = [a, b][c, d] = \Big[\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)\Big]$$

Donde min representa a la función mínimo, que es un mecanismo matemático que regresa el menor valor entre valores dados (para el caso ac, ad, bc y bd), y max representa a la función máximo, que es un mecanismo matemático que regresa el mayor valor entre valores dados (para el caso ac, ad, bc y bd).

Una representación de la operación multiplicación puede verse en la Figura 4.

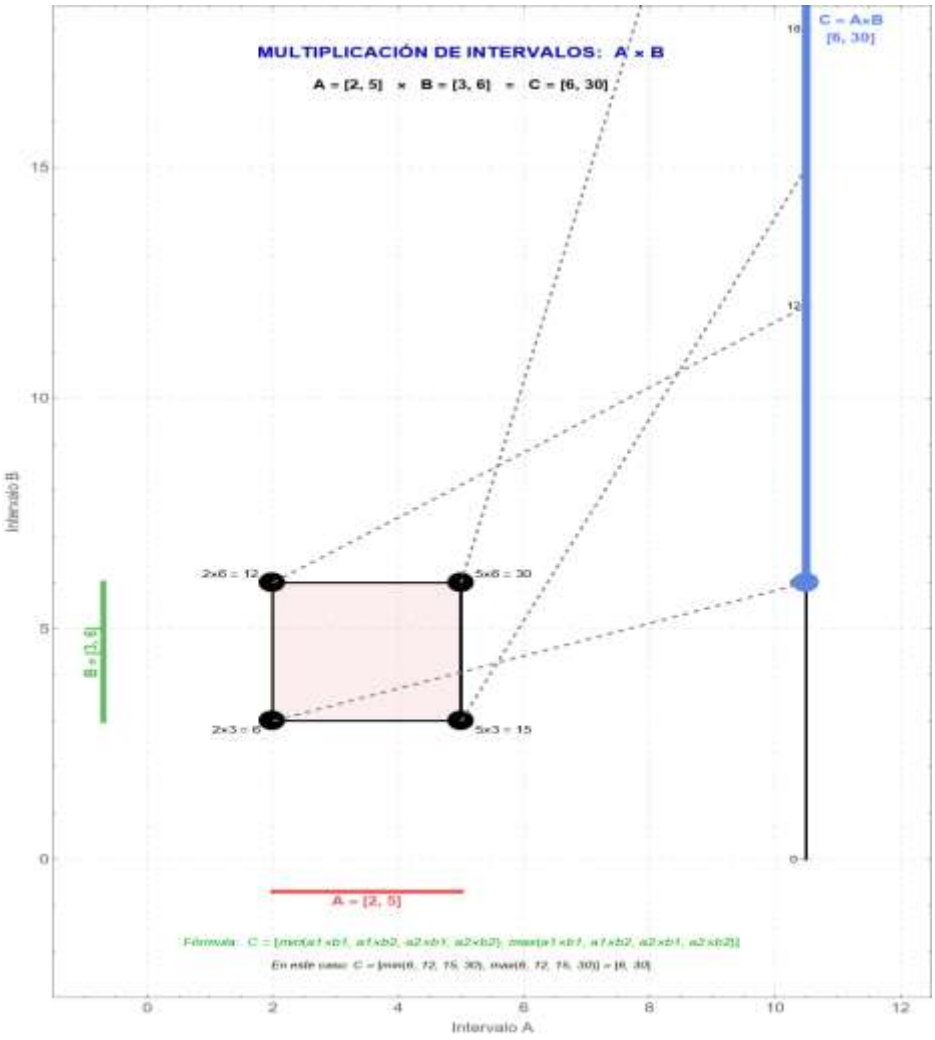


Figura *4.* *Representación del producto de dos números intervalares*.

Nótese que, si $k \in \mathbb{R}$, (k pertenece al Conjunto de los Números Reales $\mathbb{R}$), entonces, $C = kB = [k, k][b, c]$.

El cociente A/B, es un número intervalar

$$C = \frac{A}{B} = \frac{[a, b]}{[b, c]} = [a, b][b, c]^{-1}$$

Nótese que la existencia del cociente depende de B, por la definición de recíproco.

Una representación de la operación división puede verse en la Figura 5.

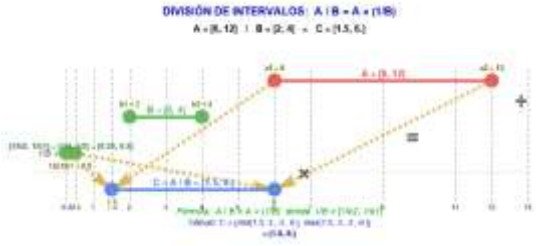


Figura 5. *Representación del cociente de dos números intervalares.*

3. Operaciones básicas, de acuerdo al razonamiento natural del ser humano

Regresando a la motivación del presente trabajo, se presentan a continuación casos de situaciones coloquiales del día a día, en los que la aritmética de números intervalares modelan el razonamiento natural del ser humano, incluyendo incertezas, como las provenientes de procesos de medición. Es decir, números que tienen incerteza intrínseca.

3.1 Sobre la suma

Supóngase que Melitón, el mismo que se mencionó en la Introducción, platica con Manuelita, sobre la necesidad de comprar frijol y tortillas. La plática llega a los precios del frijol y de las tortillas, y Manuelita le dice que "el precio de las tortillas ha subido mucho, "están re-caras", como $30.00 el kilo (aquí usaremos la palabra kilo del habla coloquial como sinónimo de kilogramo), a lo que Melitón responde "no puede ser, si las acabo de comprar a $25.00". Se enfrascan en una discusión sobre los precios, y no pueden llegar a un consenso sobre el precio de las tortillas, y después de un rato de discusión, uno de ellos dice "ya pues, está bien, ***el precio anda entre*** $25.00 y $30.00". Este ejemplo ilustra la forma en la que el ser humano relaciona magnitudes imprecisas, inciertas, estableciendo un rango (intervalo) en vez de un valor puntual, cuando no se tiene certeza sobre algo.

Supóngase que la discusión continúa, y que Melitón dice "bueno pues, y ¿cuánto cuesta el kilo de frijol? Yo lo vi a $45.00", y que Manuelita dice "pues yo creo que como unos $50.00".

De la situación descrita se pueden definir dos números intervalares, uno para el precio del kilogramo de tortillas como

$$Precio\ del\ Kilo\ de\ Tortillas = [25{,}30]$$

Y otro para el kilogramo de frijol como

$$Precio\ del\ Kilo\ de\ Frijol = [45{,}50]$$

Supóngase que Manuelita está platicando con Doña Isabel, su madre, sobre el costo de la vida, que no alcanza el dinero, que hace unos días compraron frijol y tortillas, y que "salió re-caro". Doña Isabel pregunta "¿cuánto pagaron?", a lo que Manuelita responde "no me acuerdo, pero como unos $70.00 u $80.00". Nótese que Manuelita no está dando una cantidad puntual, precisa, pagada por el frijol y por las tortillas, y en vez de eso, refiere a un intervalo, lo cual permite definir el tercer número intervalar.

$$Total\ Pagado = [70{,}80]$$

Que represente el total pagado por Manuelita.

Manuelita, desde su razonamiento, dígase, natural en el ser humano, da una cantidad, con base en lo que puede recordar sobre la plática con su marido Melitón (por cierto, son esposos). La cantidad dicha por Manuelita, es imprecisa, incierta, porque proviene de datos inciertos, pero que pueden ser analizados formalmente, con base en la aritmética de números intervalares. Si, se suman los números intervalares $Precio\ del\ Kilo\ de\ Tortillas$ y $Precio\ del\ Kilo\ de\ Frijol$, se puede calcular el número intervalar correspondiente.

$$\begin{aligned} &Precio\ Pagado\ Calculado\ por\ Frijol\ y\ Tortillas \\ &\quad = Precio\ del\ Kilo\ de\ Tortillas + Precio\ del\ Kilo\ de\ Frijol \\ &\quad = [25{,}30] + [45{,}50] = [25 + 45{,}30 + 50] = [70{,}80] \end{aligned}$$

Que, para el ejemplo, coinciden. O, formalmente.

$$Total\ Pagado = [70{,}80] \in Precio\ Pagado\ Calculado\ por\ el\ Frijol\ y\ las\ Tortillas = [70{,}80]$$

Por supuesto, puede haber ocurrido que

$$Total\ Pagado \notin Precio\ Pagado\ Calculado\ por\ el\ Frijol\ y\ las\ Tortillas$$

Lo cual, tendría sentido, ya que no se está operando con números fijos o nítidos. Sin embargo, se esperaría que, entre más experiencia, conocimiento, destreza, tenga quien hace el razonamiento, se tenga mayor posibilidad de que

$$Total\ Pagado \in Precio\ Pagado\ Calculado\ por\ el\ Frijol\ y\ las\ Tortillas$$

3.2 Sobre la sustracción

Supóngase que continúa la plática entre Doña Isabel y Manuelita, y que Doña Isabel, preocupada por la situación económica de la familia de su hija, le dice a Manuelita "Y ¿van a poder salir adelante con la situación?", a lo que Manuelita responde "la verdad no sé, ese día nos quedamos como con $25.00 para el resto de la semana, Melitón solo se llevó como $100.00 para comprar el frijol y las tortillas".

Del diálogo entre Manuelita y Doña Isabel, nótese que $100.00 se plantea como un número nítido, concreto, cierto. El cual puede escribirse como $[100{,}100]$. Por lo tanto, del diálogo entre Doña Isabel y Manuelita, también se observa que, por un lado, fue Melitón quien fue a hacer la compra, y por otro lado, que Manuelita razona para hacer una operación de sustracción, dígase, "llevaba $100.00, pagó como $75.00 ($Precio\ Pagado\ Calculado\ por\ el\ Frijol\ y\ las\ Tortillas = [70{,}80]$), y le sobraron como $25.00", es decir, después de haber pagado, quedaron alrededor de $25.00, es decir, el sobrante (diferencia) razonado, puede expresarse como el número intervalar.

$$Sobrante\ Razonado = [25 - \alpha, 25 + \alpha]$$

Donde α es una ***cantidad incierta***, haciendo que el $Sobrante\ Razonado$ sea un número intervalar.

Claro está que la forma de modelar matemáticamente esta situación es

$$Sobrante\ Calculado = [100{,}100] - Precio\ Pagado\ Calculado\ por\ el\ Frijol\ y\ las\ Tortillas = [100{,}100] - [70{,}80] = [100 - 20{,}100 - 70] = [20{,}30]$$

Es decir, "alrededor de $25.00".

Es importante mencionar que, en este caso es notorio que, los números reales (comunes y corrientes), denotados como $\mathbb{R}$, se pueden operar con los números intervalares, ya que los números reales son el caso particular cuando $a = b$ en un número intervalar, es decir, cuando el límite inferior es equivalente al límite superior, permitiendo concluir que el conjunto de números reales está contenido (son parte de) en los números intervalares. Esta propiedad es muy importante, pues los números reales (los de toda la vida) están

incluidos como un caso particular de los números intervalares.

3.3 Sobre el producto

Para ejemplificar a la multiplicación de números intervalares, se retoman los 100 plátanos que compraba Melitón en la Introducción de este trabajo, recordando que si bien, el precio era de $5.00 por plátano, el contexto es usar expresiones lingüísticas como "caro" y/o "barato", para lo cual, supóngase que Doña Isabel, Manuelita y Melitón siguen platicando, y se puede modelar que, para ellos, "caro", puede representarse con el número intervalar $caro = [4,6]$. Así pues, el precio a pagar por los 100 plátanos, se obtiene como:

$$Precio\ A\ Pagar\ por\ los\ 100\ Platanos = 100\ caro = [100,100][4,6] = \begin{bmatrix} \min\big((100)(4),(100)(6),(100)(4),(100)(6)\big), \\ \max\big((100)(4),(100)(6),(100)(4),(100)(6)\big), \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \min(400,600,400,600), \\ \max(400,600,400,600), \end{bmatrix} = [400,600]$$

3.4 Sobre el cociente

Se puede plantear un caso inverso al de la Sección 3.3. Supóngase que por algún motivo la familia de Manuelita y Melitón necesitaba los 100 plátanos, y que los compraron. Supóngase ahora, que en momento después de la compra de los plátanos, Doña Isabel, Manuelita y Melitón de nuevo llegan a una plática sobre el costo de la vida, y que recuerdan que pagaron "un dineral, como $500.00" por los plátanos. Como hace tiempo que se llevó a cabo la compra, no tienen ***certeza*** de cuánto pagaron, y/o, de cuánto costaba cada plátano, pero, por algún motivo, recuerdan que fueron 100 plátanos, y necesitan ayuda para determinar cuánto cuesta cada plátano.

Es posible ayudar Doña Isabel, a Manuelita y a Melitón, a calcular el precio por plátano. Considerando que "un dineral" puede representarse de muchas maneras, y no necesariamente como en $Precio\ Pagado\ por\ los\ 100\ Platanos$, defínase

$$Un\ Dineral = [450,550]$$

Así, se calcula el precio por plátano como:

$$Precio\ por\ Platano = \frac{Un\ Dineral}{100} = \frac{Un\ Dineral}{[100,100]} = Un\ Dineral[100,100]^{-1}$$
$$= [450,550]\left[\frac{1}{100},\frac{1}{100}\right]$$
$$= \begin{bmatrix} \min\left((450)\left(\frac{1}{100}\right),(450)\left(\frac{1}{100}\right),(550)\left(\frac{1}{100}\right),(550)\left(\frac{1}{100}\right)\right), \\ \max\left((450)\left(\frac{1}{100}\right),(450)\left(\frac{1}{100}\right),(550)\left(\frac{1}{100}\right),(550)\left(\frac{1}{100}\right)\right) \end{bmatrix}$$
$$= \Big[\min(4.5,4.5,5.5,5.5), \max(4.5,4.5,5.5,5.5),\Big] = [4.5,5.5]$$

Es decir, cada plátano costó entre $4.50 y $5.50, es decir, "alrededor" de $5.00.

4 Otras operaciones

Si bien, en el sentido clásico, las operaciones aritméticas básicas son las ya presentadas y

ejemplificadas, existen otras operaciones compuestas, o más complejas, necesarias para completar un conjunto de operaciones necesarias para completar la formación que se obtiene al menos hasta el nivel medio superior. Es por eso que, en esta sección, se presenta la potencia, la raíz n-ésima y el logaritmo.

4.1 Sobre la potencia

Supóngase que Manuelita y Melitón platican sobre la parcela que recibirán como resultado de la reforma agraria derivada de la extinción de latifundios, y Manuelita comenta "Meli, ¿ya sabes cuánto mide la parcela que nos toca? Cipriano (hermano de Manuelita) me dijo que ya repartieron", a lo que Melitón responde "Dijeron que son como 1 hectáreas", a lo que Manuelita comenta "Cipriano dijo que eran como 100 metros de así, y 100 metros de asá (haciendo movimientos con sus manos para indicar a cada lado del cuadrado que representa una parcela, pues la expresión coloquial "así y asá" o "así o asá", se suele utilizar para indicar diversas maneras indefinidas, imprecisas o vagas de hacer algo, similar a decir "de una forma u otra" o "así o asado")" (Ver Figura 6), comentando Melitón "Yo creo que sí, porque fueron 100 pasos de así, y 100 pasos de asá, y acuérdate que la reata que compré era de 20 metros, y le conté 20 pasos".

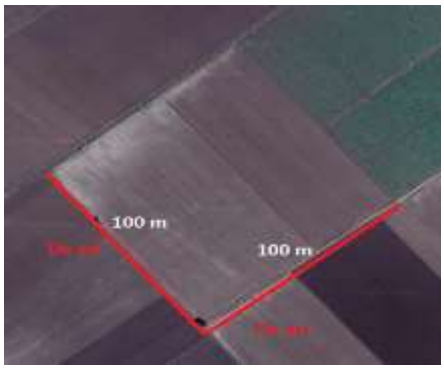


Figura 6. *Representación de una parcela cuadrada. (Edición de Captura tomada de GoogleMaps, 02 de febrero del 2026).*

La situación expuesta puede verse como un problema de cálculo de área, en particular, del área de una superficie que, "al parecer" tiene forma de un cuadrado, que mide como 100 metros por lado. La unidad de medida es el tamaño de paso de Melitón, que no se puede asegurar que es equivalente a un metro, y que, por tanto, no se puede asegurar que es constante, y que, de forma empírica, se intuye que cada paso de Melitón, en la forma en la que lo da para medir, es de "alrededor" de un metro. Entonces, se puede definir

$$Paso\ de\ Meliton = [0.95,1.05]$$

Metros, con lo cual

$$\begin{aligned} Area\ Calculada\ de\ la\ Parcela &= 100\ paso\ de\ Meliton\ 100\ paso\ de\ Meliton \\ &= 100[0.95,1.05]100[0.95,1.05] = [100,100][0.95,1.05][100,100][0.95,1.05] \\ &= [100,100][100,100][0.95,1.05][0.95,1.05] \\ &= \begin{bmatrix} \min\big((100)(100),(100)(100),\cdots,(100)(100)\big), \\ \max\big((100)(100),(100)(100),\cdots,(100)(100)\big) \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \min\big((.95)(.95),(.95)(1.05),(1.05)(.95),(1.05)(1.05)\big), \\ \max\big((.95)(.95),(.95)(1.05),(1.05)(.95),(1.05)(1.05)\big) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \min(10000,10000,10000,10000), \\ \max(10000,10000,10000,10000) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix}\min(0.9025,0.9975,0.9975,1.1025)\,,\\ \max(0.9025,0.9975,0.9975,1.1025)\end{bmatrix} = [10000,1000][0.9025,1.1025]$$
$$= \begin{bmatrix}\min\begin{pmatrix}(10000)(0.9025),(10000)(1.1025),\cdots\\ (10000)(0.9025),(10000)(1.1025)\end{pmatrix},\\ \max\begin{pmatrix}(10000)(0.9025),(10000)(1.1025),\cdots\\ (10000)(0.9025),(10000)(1.1025)\end{pmatrix}\end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix}\min(9025,11025,9025,11025)\,,\\ \max(9025,11025,9025,11025)\end{bmatrix} = [9025,11025]$$

Es decir, “alrededor” de 1 hectáreas, lo cual se describe en la Figura 7, en donde las líneas azules representan dimensiones medidas con pasos cortos, y las líneas púrpuras representan dimensiones medidas con pasos largos.

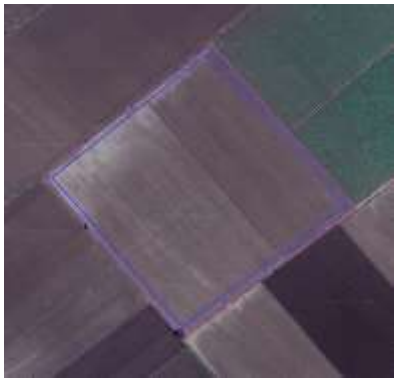


Figura 7. *Representación de una parcela cuadrada, con área de “alrededor” de 1 hectáreas.*
(Edición de Captura tomada de GoogleMaps, 02 de febrero del 2026).

Se puede observar que $Area\ Calculada\ de\ la\ Parcela$ puede ser escrito como

$$Area\ Calculada\ de\ la\ Parcela = 100\ pasos\ de\ Meliton\ 100\ pasos\ de\ Meliton$$
$$= 100^2\ pasos\ de\ Meliton^2 = [100,100]^2[0.95,1.05]^2$$

Describiendo la operación como el producto de dos potencias, definiendo la potencia de un número intervalar como:

La potencia n de un número intervalar A, escrito como A^n, se define como

$$A^n = [a,b]^2 = \left[\min(a^n,b^n)\,,\max(a^n,b^n)\right]$$

Una representación de la operación potencia puede verse en la Figura 8.

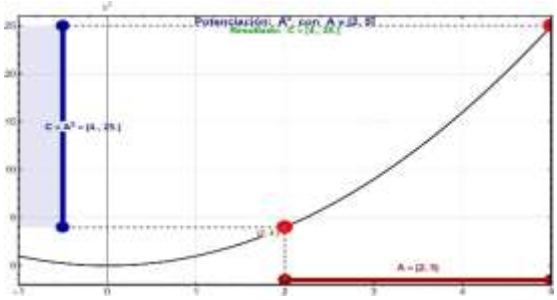


Figura 8. *Representación de la potencia de un número intervalar.*

Nótese que la definición de recíproco es un caso especial de A^n, cuando $n = -1$.

Así pues, $Area\ Calculada\ de\ la\ Parcela$ puede calcularse como

$$Area\ Calculada\ de\ la\ Parcela = [100,100]^2[0.95,1.05]^2$$
$$= \left[\min(100^2, 100^2)\,, \max(100^2, 100^2)\right]$$
$$\left[\min(0.95^2, 1.05^2)\,, \max(0.95^2, 1.05^2)\right] = \left[\min(10000,10000)\,, \max(10000,10000)\right]$$
$$\left[\min(0.9025,1.1025)\,, \max(0.9025,1.1025)\right] = [10000,10000][0.9025,1.1025]$$
$$= \begin{bmatrix} \min\begin{pmatrix}(10000)(0.9025), (10000)(1.1025), \cdots \\ (10000)(0.9025), (10000)(1.1025)\end{pmatrix}, \\ \max\begin{pmatrix}(10000)(0.9025), (10000)(1.1025), \cdots \\ (10000)(0.9025), (10000)(1.1025)\end{pmatrix}\end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix}\min(9025,11025,9025,11025)\,, \\ \max(9025,11025,9025,11025)\end{bmatrix} = [9025,11025]$$

Como se había obtenido.

4.2 Sobre la raíz n-ésima

La raíz n-ésima de un número intervalar A, escrito como $\sqrt[n]{A}$ se define como

$$\sqrt[n]{A} \equiv A^{\frac{1}{n}}$$

Tomando como base el ejemplo presentado para la potencia de un número intervalar, supóngase que, Jorge Arturo, hijo de Manuelita y Melitón, y estudiante de ingeniería agronómica, platica con sus papás sobre el reparto de tierras derivado de la reforma agraria. Como Jorge Arturo estaba fuera estudiando, no tenía detalles de las características de la parcela que les fue asignada, y le dice "apá ¿cuánto mide la parcela? ¿Cuántas hectáreas son?", a lo que Melitón responde "dicen que como 10 más o menos", y Manuelita complementa diciendo "un cuadro".

Con la información que obtiene Jorge Arturo de parte de sus papás, puede determinar características de la parcela. Las "como 10 hectáreas más o menos" pueden modelarse como

$$Area\ de\ la\ Parcela = [9950,10050]$$

Ya que, el "más o menos", para Jorge Arturo, representa una diferencia de 50 metros cuadrados que se pueden sumar y restar a las 10 hectáreas.

Considerando que Manuelita comentó que se trataba de "un cuadro" (un cuadrado), y Jorge Arturo sabe que el área de un cuadrado se calcular con el cuadrado de cualquiera de sus lados, la medida de cualquiera de los lados de la parcela (cuadrada) puede calcularse como

$$Lado\ de\ la\ Parcela = \sqrt{Area\ de\ la\ Parcela} = \sqrt{[9950,10050]} = [9950,10050]^{\frac{1}{2}}$$
$$= \left[\min\left(9950^{\frac{1}{2}}, 10050^{\frac{1}{2}}\right), \max\left(9950^{\frac{1}{2}}, 10050^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$
$$= \left[\min(99.7496,100.2496)\,, \max(99.7496,100.2496)\right] = [99.7496,100.2496]$$

Es decir, “alrededor” de 100 metros por lado.

4.3 Sobre el Logaritmo

Dado un intervalo $[a, b]$ con $0 < a \leq b$ y una base $c > 0, c \neq 1$, entonces se define el logaritmo con base c, para un intervalo $[a, b]$ como

$$\log_c([a,b]) = \left[\min(\log_c(a), \log_c(b)), \max(\log_c(a), \log_c(b))\right]$$

Pare ser directos, nótese que si $0 < c < 1$, entonces

$$\log_c([a,b]) = [\log_c(b), \log_c(a)]$$

Y que si $c > 1$, entonces

$$\log_c([a,b]) = [\log_c(a), \log_c(b)]$$

Una representación de la operación logaritmo puede verse en la Figura 9.

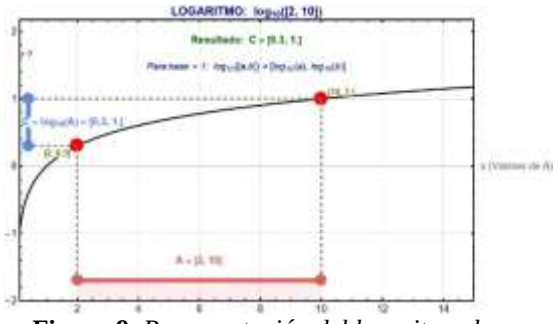


Figura 9. *Representación del logaritmo de un número intervalar.*

Para ejemplificar, supóngase que se reúne la familia de Manuelita y Melitón, y que están con ellos, Doña Isabel, y todos sus hijos y nietos. En la plática, Melitón dice “ahora que ya vamos a sembrar nuestra parcela, sería bueno saber qué tantos elotes van saliendo”, a lo que Jorge Arturo le pregunta “¿y eso apá?, respondiendo Melitón “es que, de pronto un día, uno se da cuenta que hay un elote, luego unos diez, de pronto como 100, hasta que ya no tiene idea uno de cuántos hay”, y todos se quedan pensando en la idea de Melitón.

Ya entrada la noche, a la luz de la luna y las estrellas, Agustín Jaime, hijo de Manuelita y Melitón, y estudiante de ingeniería química, le comenta a Jorge Arturo “qué cosas dice mi apá, es listo el viejo, tiene ideas interesantes”, a lo que Jorge Arturo comenta “¿tú sabes cómo se puede saber eso que quiere saber”, y Agustín Jaime responde “precisamente estamos viendo unos temas poblaciones, potencias, logaritmos y cosas de esas, mañana te digo, ya duérmete”.

Al día siguiente Agustín Jaime le platica a Jorge Arturo que eso que quiere saber “su apá”, se puede resolver con un modelo matemático de la forma

$$Poblacion\ Final = (Poblacion\ Inicial)\left(Factor\ de\ Crecimiento^{tiempo}\right)$$

Y le explica que el $tiempo$ se mide en unidades de tiempo como horas, días, semanas, meses, etc., y que el $Factor\ de\ Crecimiento$ es “qué tanto crece, por ejemplo, un 2, significa que se duplica en una unidad de tiempo”.

Haciendo las manipulaciones algebraicas necesarias determinan que

$$tiempo = \log_k\left(\frac{Poblacion\ Final}{Poblacion\ Inicial}\right)$$

Siguen con su plática y comentan “mi apá dijo que de pronto ve un elote, luego como 10 y luego unos 100, y pues quizás luego unos 1000, por lo que

$$\frac{Poblacion\ Final}{Poblacion\ Inicial} = [100{,}1000]$$

Para de 100 a 1000”, y determinan que para este caso

$$Factor\ de\ Crecimiento = \sqrt[tiempo]{\frac{Poblacion\ Final}{Poblacion\ Inicial}}$$

Y que, si están contando el tiempo en semanas, y quieren saber cuál es el $Factor\ de\ Crecimiento$ en tres semanas, pueden obtenerlo como

$$Factor\ de\ Crecimiento = \sqrt[3]{[100{,}1000]} = \left[\sqrt[3]{100}, \sqrt[3]{1000}\right] = [4.64{,}10]$$

Pero si quisiera conocerse el $tiempo$ necesario para llegar de 1 a entre 100 y 1000, con un $Factor\ de\ Crecimiento$ conocido, supóngase 7, entonces

$$Tiempo = \log_k\left(\frac{Poblacion\ Final}{Poblacion\ Inicial}\right) = \log_7([100{,}1000]) = [\log_7(100), \log_7(1000)] = [2.36{,}3.54]$$

Es decir, “alrededor” de 3 semanas.

6. Conclusiones

El presente trabajo ha demostrado que los procesos de inferencia y comunicación cotidiana del ser humano están naturalmente impregnados de incertidumbre y vaguedad. Lenguajes como "alrededor de", "más o menos", "entre tal y cual" no son deficiencias del pensamiento, sino representaciones honestas de nuestro contacto con un mundo complejo y de mediciones imperfectas. Los números intervalares emergen, por tanto, no como una curiosidad matemática, sino como la formalización natural y necesaria de este razonamiento.

A lo largo de este trabajo, se ha mostrado que es posible construir una aritmética completa y operativa sobre esta base. Desde las operaciones básicas (*suma*, *resta*, *producto y cociente*) hasta otras más complejas como la *potenciación*, la *radicación* y los *logaritmos*, todas ellas pueden definirse de manera rigurosa para los intervalos. Esto permite no solo describir magnitudes imprecisas, sino también *operar con ellas*, realizar inferencias y modelar situaciones realistas (es decir, tal y como el presupuesto familiar, el cálculo de áreas o el crecimiento poblacional) de una manera que refleja fielmente cómo las personas razonan y conversan sobre dichas situaciones.

La importancia de este enfoque trasciende lo teórico y tiene implicaciones profundas en la comprensión misma de la ciencia y la ingeniería. Por ejemplo, es una ficción afirmar que la Aceleración Gravitacional

Terrestre es exactamente 9.81 m/s², que una pieza de cerámica mide exactamente 5.00 cm, o que una corriente eléctrica en un circuito es precisamente de 3.00 A. Toda medición conlleva una incertidumbre intrínseca, ya sea por la limitación del instrumento, las condiciones ambientales o la definición operacional. Esta incertidumbre no es un "error" del que debamos avergonzarnos, sino una característica fundamental de la información empírica que debe ser cuantificada y propagada a través de los cálculos. Los números intervalares ofrecen un marco intuitivo y poderoso para hacer precisamente esto: incorporar la banda de validez de una medición desde el inicio y seguir su rastro a través de cualquier operación posterior.

Por ello, el estudio de los números intervalares y su aritmética no es un tema marginal, sino una herramienta esencial para una formación científica y técnica honesta y robusta. Para el potencial alumno o investigador, dominar este concepto significa:

1. Adquirir un pensamiento más crítico y sofisticado, entendiendo la diferencia entre el modelo matemático ideal y la realidad medida.
2. Contar con un lenguaje matemático directo para el manejo de datos inciertos, común en experimentos, control de calidad, ciencias sociales y toma de decisiones.
3. Sentar las bases para áreas matemáticas y computacionales avanzadas como el análisis de intervalos, la computación con incertidumbre o la lógica difusa, así como las ecuaciones diferenciales difusas, que son pilares en simulaciones, inteligencia artificial y sistemas de tolerancia a fallas.

En conclusión, los números intervalares cierran la brecha entre la precisión abstracta de las matemáticas clásicas y la naturaleza inherentemente aproximada de la experiencia humana y la medición experimental. Invitar a los estudiantes a explorar este campo no es solo mostrarles una nueva aritmética, es invitarlos a construir matemáticas que hablen el lenguaje de la realidad, una realidad donde "entre 9.7 m/s² y 9.9 m/s² de la Gravedad Terrestre" es una respuesta más honesta, profunda y útil que un simple "9.8 m/s²", como la que aparece en la mayoría de los libros de texto de Física General. Este es el camino para formar científicos e ingenieros conscientes de los límites y el poder del conocimiento que generan.

7. Agradecimientos

Este trabajo fue financiado parcialmente por el Tecnológico Nacional de México con los proyectos 24461.26-P, 24952.26-P y 25692.26-P.

8. Referencias

Altúzar Rodríguez, S. N. (2024). La enseñanza de la concepción de números a través del conteo en preescolar {Teaching the conception of numbers through counting in preschool}. Revista Neuronum, 10(2), 103116. doi: https://orcid.org/0009-0006-5589-3004

Chen, G., & Pham, T. T. (2000). Introduction to fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy control systems. CRC Press.

Chen, G., & Pham, T. T. (2006). Introduction to fuzzy systems. Chapman & Hall/CRC.

Chen, G., & Shieh, L. S. (1997). Model conversions of uncertain linear systems using interval multipoint Padé approximation. Applied Mathematical Modelling, 21(9), 543–553.

Chui, C. K., & Chen, G. (1990). An interval Kalman filter for systems with uncertain parameters. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 26(5), 854–859.

Dorinda Mato-Vázquez, A. C.-F., Rocío Chao-Fernández. (2019). Efectos de enseñar matemáticas a través de actividades musicales {Effects of teaching mathematics through music activities}. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 22(2), 163– 184. doi: https://doi.org/10.12802/relime.19.2222

Dubois, D., & Prade, H. (1988). Possibility theory: An approach to computerized processing of uncertainty. Plenum Press.

Elsa Hernández-Centeno, R. R.-R. (2023). La importancia de los cantos en educación preescolar como apoyo en la enseñanza de las matemáticas. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 7(6), 7451- 7466. doi: https://doi.org/10.37811/clrcm.v7i6.9287

Hansen, E., & Walster, G. W. (2003). Global optimization using interval analysis: Revised and expanded (2ª ed.). Marcel Dekker.

Jaulin, L., Kieffer, M., Didrit, O., & Walter, É. (2001). Applied interval analysis: With examples in parameter and state estimation, robust control and robotics. Springer.

Li, Z., Halang, W. A., & Chen, G. (Eds.). (2006). Integration of fuzzy logic and chaos theory. Springer.

Lu, J. G., & Chen, G. (2009). Robust stability and stabilization of fractional-order interval systems: An LMI approach. IEEE Transactions on Automatic Control, 54(6), 1294–1299.

Moore, R. E. (1966). Interval analysis. Prentice-Hall.

Moore, R. E., Kearfott, R. B., & Cloud, M. J. (2009). Introduction to interval analysis. Society for Industrial and Applied Mathematics

Neumaier, A. (1990). Interval methods for systems of equations. Cambridge University Press.

Reséndiz-Balderas, E. (2020). Análisis del discurso y desarrollo de la noción de número en preescolar y el uso de las tic {Discourse analysis, development of number sense in preschool education and ICT use}. CienciaUAT, 14(2), 72- 86. doi: https://doi.org/10.29059/cienciauat.v14i2.1237

Santana-Espitia, O. Y.-T.-O. H., A.C. (2022). Aprendizaje del conteo y los números naturales en preescolar: una revisión sistemática de la literatura {Preeschol children's Learning of Counting and the Natural Numbers: A Systematics Literature Review}. Universitas Psychologica, 21, 1-16. doi: https://doi.org/10.11144/Javeriana.upsy21.acnn

Sunaga, T. (1958). Theory of an interval algebra and its application to numerical analysis. RAAG Memoirs, 2, 29–46.

Sunaga, T. (2009). Theory of an interval algebra and its application to numerical analysis. Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 26(2-3), 125–143.

Trejo-Guerrero, L. (2023). La enseñanza de la adición con números naturales en la escuela primaria multi-grado {Teaching natural number sums in multi-grade primary school }. Educación matemática, 35(1), 142168. doi: https://doi.org/10.24844/em3501.06

Warmus, M. (1956). Calculus of approximations. Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe Troisième, 4(5), 253–257.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. Information and Control, 8(3), 338–353.