Journal of BioProcess and Chemical Technology

2026 Volumen 18, No. 36
Revista Científica de la Universidad Autónoma de Coahuila

El Modelo de Gompertz en la Modelización de Fenómenos de Crecimiento Limitado: aplicaciones Interdisciplinarias en Contexto

The Gompertz Model in the Modeling of Limited Growth Phenomena: Interdisciplinary Applications in Context

Martínez-Ortiz, J.[1], Ramírez-Hernández, L.[1*], García-Reyna, M.[1*], Badillo de Loera, J.[2]
[1]*Unidad Académica de Matemáticas,Universidad Autónoma de Zacatecas, Paseo la Bufa s/n, Av. Solidaridad, 98066, Zacatecas, Zac., México*
[2]*Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica, Universidad Autónoma de Zacatecas, Campus Universitario siglo XXI.*

**Corresponding Author: Lramirez@uaz.edu.mx*

Recibido: 12 de enero de 2025
Aceptado: 18 de noviembre de 2025

Resumen

El modelo de Gompertz es reconocido por su extraordinaria versatilidad en la modelización de fenómenos que exhiben un crecimiento limitado. Esta función sigmoide asimétrica describe procesos que inician con un crecimiento lento, seguido de una fase de aceleración exponencial y una posterior desaceleración al aproximarse a un límite superior (capacidad de carga, K). Propuesto originalmente en 1825 para describir la ley de mortalidad humana, hoy el modelo encuentra aplicaciones rigurosas en demografía, biología, medicina, economía, biotecnología y epidemiología. En el contexto de salud pública en México, el modelo de Gompertz ha sido fundamental para pronosticar y analizar el comportamiento de enfermedades. En este trabajo, se presenta un análisis comparativo y descriptivo de la dinámica de crecimiento de tres fenómenos disímiles utilizando el modelo de Gompertz: la epidemia de VIH/SIDA en México (1983-2020), la pandemia por COVID-19 en México (casos acumulados, incluyendo análisis en Zacatecas) y la proliferación de células cancerígenas *in vitro* tipo *HeLa*. En todos los casos estudiados, el modelo Gompertziano mostró un ajuste satisfactorio a los datos observados (altos coeficientes de determinación R^2), lo que confirma su utilidad empírica para caracterizar la tasa de crecimiento y estimar la capacidad de carga del sistema

Palabras clave: Sigmoidal; Gompertz; Epidemiología; SARS-CoV-2; VIH/SIDA; Proliferación celular

Abstract

The Gompertz model is known for its extraordinary versatility in modeling phenomena that exhibit limited growth. This asymmetric sigmoid function describes processes that begin with slow growth, then enter an exponential acceleration phase, and subsequently decelerate as they approach an upper limit (carrying capacity, K). Originally proposed in 1825 to describe the law of human mortality, today the model finds rigorous applications in demography, biology, medicine, economics, biotechnology, and epidemiology. In the context of public health in Mexico, the Gompertz model has been crucial for forecasting and analyzing disease behavior. This work presents a comparative and descriptive analysis of the growth dynamics of three distinct phenomena using the Gompertz model: the HIV/AIDS epidemic in Mexico (1983-2020), the COVID-19 pandemic in Mexico (accumulated cases, including analysis in Zacatecas), and the in vitro proliferation of HeLa cancer cells. In all cases studied, the Gompertzian model showed a satisfactory fit to the observed data (high determination coefficients R^2), confirming its empirical utility for characterizing the growth rate and estimating the system's carrying capacity.

Keywords: Sigmoidal; Gompertz; Epidemiology; SARS-CoV-2; HIV/AIDS; Cell proliferation

INTRODUCCIÓN

El modelo de Gompertz es un modelo determinista caracterizado por un crecimiento sigmoideo que inicia con un aumento acelerado, el cual posteriormente tiende a estabilizarse al acercarse a un límite. El gran número de aplicaciones reportadas en la literatura sobre su uso, evidencia su capacidad para estimar fenómenos de crecimiento poblacional, así como en epidemiología y biología (Gompertz, 1825).

El origen del modelo se remonta a 1825, cuando el matemático británico Benjamin Gompertz lo propuso para modelar la ley de mortalidad humana, basándose en la suposición de que la resistencia a la muerte disminuye exponencialmente con la edad. A pesar de este origen demográfico, la curva de Gompertz ha demostrado ser extraordinariamente versátil, siendo utilizada para describir procesos de crecimiento limitado en oncología (crecimiento tumoral), crecimiento microbiano, difusión de innovaciones, y la progresión de epidemias (Kathleen & Even, 2017).

La popularidad de Gompertz radica en que permite ajustar datos experimentales de fenómenos diversos que comparten una dinámica común: *fases de crecimiento acelerado seguidas de una saturación*. A diferencia del modelo logístico clásico, la curva de Gompertz es asimétrica, permitiendo una desaceleración más gradual a medida que se aproxima al asíntota superior (Gil, Miller & Brandão, 2011), lo cual es adecuado para describir sistemas donde la saturación es lenta (Winsor, 1932).

En el contexto de contingencias sanitarias, la capacidad de pronosticar el comportamiento de una enfermedad es crucial para la toma de decisiones en salud y política pública (Larid, 1964). La COVID-19 evidenció áreas de oportunidad en sistemas de salud como el mexicano. Para proyectar el comportamiento acumulado de contagios y muertes durante la pandemia de COVID-19 (Vaghi et al., 2020; Bajzer & Vuk-Pavlovic, 2000), han sido empleados diversos enfoques, incluyendo modelos compartimentales, modelos de regresión, técnicas de aprendizaje automático (como MLP y LSTM), y modelos de crecimiento logístico y Gompertz (Zwietering et al., 1990). En México, se han realizado esfuerzos en investigación implementando modelos bayesianos y de aprendizaje automático, sin embargo, se demandan estudios comparativos robustos (Xuan & Jianlong, 2025).

Este trabajo se enfoca en demostrar la utilidad y el rigor del modelo determinista de Gompertz mediante el análisis de tres aplicaciones, con énfasis en el contexto de salud en México.

MATERIALES Y MÉTODOS

Modelo de Gopertz

El modelo de Gompertz describe el crecimiento de una variable de interés $G(t)$ (como el tamaño de una población o el número de casos acumulados) en función del tiempo t.

Su formulación matemática, la llamada ley de crecimiento de Gompertz, se basa en una ecuación diferencial no lineal que establece que la tasa de cambio relativa disminuye logarítmicamente a medida que crece. Esta se expresa como:

$$\textbf{Ec 1. } \frac{dG(t)}{dt} = \beta G(t)\, ln\, ln\, \left(\frac{K}{G(t)}\right)$$

Donde

β: es la *tasa intrínseca de crecimiento* del fenómeno.

K: es la *capacidad de carga*, es decir, el valor máximo que alcanzaría $G(t)$, durante el proceso estudiado.

$G(t)$: denota el *tamaño de la población* en el tiempo t.

La solución explícita de esta ecuación diferencial es una función sigmoide asimétrica

$$\textbf{Ec 2. } G(t) = Ke^{-\alpha e^{-\beta t}}$$

Donde

$\alpha = ln\left(\frac{K}{G_0}\right)$, siendo G_0 es el valor inicial de $G(t)$, al tiempo t_0.

El parámetro t_0 (relacionado con α) desplaza la curva en el tiempo. La característica sigmoidal implica un crecimiento lento inicial, una aceleración exponencial intermedia, y una aproximación lenta al límite K. La Figura 1 describe este comportamiento:

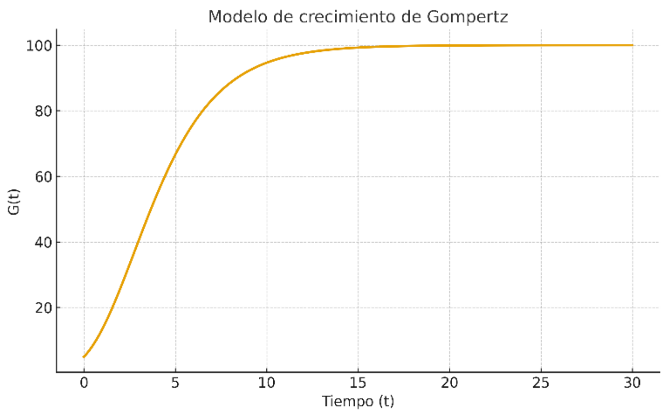

Figura 1. Curva de crecimiento de Gompertz.

La gráfica muestra el comportamiento sigmoidal característico del modelo de Gompertz. En la fase inicial, el crecimiento de $G(t)$ es lento debido a que la población o fenómeno estudiado parte de un valor pequeño (G_0). Posteriormente, se observa una etapa de aceleración exponencial, en la cual la tasa de crecimiento aumenta de forma rápida hasta alcanzar un punto de inflexión, donde el ritmo de incremento comienza a disminuir (Wang & Guo, 2024). Posterior a esto, la curva se aproxima asintóticamente a la capacidad de carga K, que representa el límite máximo del sistema (Pelinovsky, 2022). Esta forma asimétrica refleja cómo muchos procesos biológicos, epidemiológicos o poblacionales tienden a desacelerarse conforme se aproximan a su saturación natural o estructural.

Caracterización dinámica

La dinámica característica de esta función es un crecimiento que arranca lentamente, luego entra en una fase de aceleración exponencial en una etapa intermedia, y finalmente se desacelera de forma progresiva y lenta al aproximarse a un límite superior (OMS, 2020). Los fenómenos que mejor se ajustan a este modelo son aquellos que tienen la característica de iniciar extremadamente rápido y que sufren una desaceleración que los conduce eventualmente a la estabilidad (Conde-Gutiérrez et al., 2021). El parámetro K, conocido como la *capacidad de carga* o *valor máximo asintótico*, representa el valor límite superior que la población o la característica estudiada puede alcanzar (Torrealba-Rodríguez, 2020. En este contexto, se interpreta como el tamaño máximo del tumor o población celular en biología, el número total de casos esperado al final de un brote epidémico, el PIB potencial o penetración máxima de mercado en economía, o la producción máxima alcanzable en bioprocesos. Por su parte, el parámetro β es la *tasa intrínseca de crecimiento*, la cual determina la rapidez del crecimiento inicial, y se considera un valor clave para hacer comparaciones cualitativas entre poblaciones (como la tasa de contagio inicial en epidemiología). En demografía, este parámetro se relaciona con la tasa de aumento de la mortalidad con la edad. El parámetro α está íntimamente ligado a la condición inicial del sistema, ya que $\alpha = ln\left(\frac{K}{G_0}\right)$, permite definir la forma de la curva y su posición temporal. La dinámica asimétrica del modelo, donde la tasa de cambio relativa disminuye logarítmicamente a medida que crece, es de suma importancia; esta forma permite una subida más vertiginosa al inicio y una cola más larga al final, y es lo que hace que el punto de inflexión —el momento en que el crecimiento acumulado alcanza su máximo ritmo y que ocurre cuando — tenga lugar relativamente temprano en el proceso. El punto de inflexión del modelo de Gompertz, se localiza cuando $G = K/e$. En epidemiología, la función derivada de la solución de Gompertz es un buen modelo de distribución para los casos positivos, y su punto máximo (el punto de inflexión de la curva acumulada) se considera el pico de la infección. En el contexto biológico y fisiológico, ha sido suado para modelizar el crecimiento de organismos, órganos, tejidos y tumores, incluyendo el crecimiento de plantas, aves, peces y mamíferos, el crecimiento de cierto tipo de tumores cancerígenos, y la ganancia de peso de animales. Es ampliamente usado en la descripción de poblaciones de bacterias y en la proliferación celular *in vitro*, así como en el crecimiento microbiano y la producción de bioproductos como biohidrógeno y biogás en fermentaciones y cultivos industriales de microorganismos.

Determinación de sus parámetros

El procedimiento se basa en un análisis determinístico que combina métodos algorítmicos (usando funciones explícitas para la linealización del modelo) y el método de ajuste por mínimos cuadrados no lineales para determinar los tres parámetros clave. La determinación de sus parámetros se realiza en etapas:

Etapa 1: Estimación de la Capacidad de Carga ()

El parámetro K representa la capacidad de carga o el valor máximo asintótico que la población puede alcanzar. Su estimación se basa en la propiedad de que el punto de inflexión del modelo Gompertz P está relacionado con K.

1. Identificación del Punto de Inflexión (Pico de Casos Diarios): Se utiliza la serie de datos reales (observaciones) $(t, P_{obs}(t))$.

2. Localización de los registros máximos: Se identifican los registros máximos cercanos en los datos, el punto de inflexión del modelo de Gompertz ocurre cuando la función derivada alcanza su valor máximo.

3. Cálculo del promedio de acumulados: Se toman los valores correspondientes de los casos acumulados en los días en que se registraron los posibles valores máximos.

4. Estimación de $\underline{P}$**:** Se calcula el promedio $\underline{P(t)}$ de esos registros de casos acumulados. El punto de inflexión será el promedio, y se determina el valor t en el cuál ocurre éste.

5. Estimación de K**:** La capacidad de carga se estima multiplicando el valor del promedio (el punto de inflexión) por el número de Euler $e \cong 2.71828$:

$$K = \underline{P(t)} \times e$$

Etapa 2: Estimación de los Parámetros α y β

Una vez que K se ha estimado, los parámetros restantes (a y b, que luego se relacionan con α y β) se obtienen mediante el método del ajuste por mínimos cuadrados aplicado a la forma linealizada del modelo de Gompertz.

1. Linealización del Modelo: La transformación que linealiza los casos acumulados $l(t)$ es:

$$ln\left[ln\left(\frac{K}{l}\right)\right]$$

2. Ajuste Lineal: Se realiza un ajuste por mínimos cuadrados para obtener una recta que relacione la variable t con los datos transformados de Gompertz:

$$y(t) = a - bt$$

El parámetro b (que corresponde a la tasa intrínseca de crecimiento β) se obtiene calculando la covarianza de las listas de datos, y luego, el parámetro β se determina como el negativo de la pendiente de la recta ajustada.

El parámetro α se obtiene de la ordenada al origen de la recta ajustada, mediante la función exponencial.

Mediante este procedimiento, se obtienen los valores numéricos para K, α y β; que permiten formular la expresión analítica final del modelo de Gompertz.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El modelo de Gompertz en acción: algunas aplicaciones

La información presentada en esta tabla es el resultado de una revisión y síntesis de los modelos clásicos de naturaleza determinista reportados en las fuentes, con un enfoque particular en la versatilidad y eficacia del modelo de Gompertz. La revisión se centró en identificar las aplicaciones más significativas del modelo a lo largo de su historia, abarcando desde sus usos originales en actuaría y biología (crecimiento de tumores y organismos) hasta sus aplicaciones contemporáneas en la epidemiología (VIH/SIDA y COVID-19) y la biotecnología, ilustrando su capacidad para ajustar datos experimentales en fenómenos que comparten dinámicas de crecimiento acelerado seguido de una fase de saturación (Vásquez-Martínez et al., 2023). No se trata, para nada, de una revisión exahistiva, sino una recolección de aplicaciones que los autores se han encontrado y han extendido en algunas de sus investigaciones (SSA, 2024).

1. "Mortalidad humana (ley de Gompertz)"

◦ **Contexto:** Formulación original (1825) basada en la suposición de que la resistencia de una persona a la muerte disminuye exponencialmente con la edad.

◦ **Interpretación:** El modelo expresa que el riesgo de morir aumenta de forma exponencial con la edad adulta.

◦ **Parámetros Clave:** α (nivel de mortalidad inicial); β (tasa de aumento de mortalidad con la edad).

2. "Crecimiento de tumores y poblaciones celulares"

◦ **Contexto:** Uso estándar en oncología experimental (ej., tumores sólidos en animales) y para el crecimiento de organismos y tejidos vivos.

◦ **Interpretación :** Captura el crecimiento inicial rápido que se frena al agotarse los recursos (nutrientes, espacio).

◦ **Parámetros Clave:** K (tamaño máximo del tumor o población celular esperado); β (tasa intrínseca de crecimiento)

3. "Proliferación celular *in vitro* (Células HeLa con 4% SFB)"

◦ **Contexto:** Cultivos de células HeLa, una línea celular cancerígena humana, bajo una concentración de 4% de suero fetal bovino (SFB).

◦ **Ajuste:**

$$G(t) = 32044{,}1874 \cdot e^{-0{,}971026 \cdot e^{-0{,}0130425t}}$$

4. "Proliferación celular *in vitro* (Células HeLa con 8% SFB)"

◦ **Contexto:** Cultivos de células HeLa bajo una concentración de 8% de SFB.

◦ **Ajuste:**

$$G(t) = 31871{,}0427 \cdot e^{-0{,}906677 \cdot e^{-0{,}0153902t}}$$

5. "Epidemia de VIH/SIDA (Casos Acumulados en México)"

◦ **Período:** 1983–2020 (o 1983–2019).

◦ **Ajuste:**

$$G(t) = 272348{,}152633 \cdot e^{-5{,}726591 \cdot e^{-0{,}08515t}}$$

◦ **Interpretación:** Fue el mejor ajuste sigmoidal. K representa el número total de casos esperado.

6. "Pandemia de COVID-19 (Casos Acumulados en México)"

◦ **Período:** Febrero 2020 – Diciembre 2024.

◦ **Ajuste:**

$$G(t) = 10305244{,}200345 \cdot e^{-5{,}255783 \cdot e^{-0{,}083258t}}$$

◦ **Interpretación:** Es un **excelente ajuste** que logra capturar la fase de crecimiento acelerado inicial y la desaceleración progresiva. El modelo Gompertz resultó ser la curva sigmoidal que mejor se ajustó a los casos acumulados, superando a otros modelos.

7. "COVID-19 (Casos Acumulados en Zacatecas - Ordinario)"

◦ **Ajuste (R^2 / r):** $R^2 = 0.950811$ / $r = 0.9906945$.

◦ **Interpretación:** La derivada del modelo es un buen modelo de distribución para las detecciones diarias. El punto de inflexión ocurre cuando la función derivada alcanza su valor máximo, considerado el pico de la pandemia (previsto para el día 150.65 o alrededor del 20 de agosto, según el ajuste de junio 2020)

8. "COVID-19 (Casos Acumulados en Zacatecas – Modelo Fraccionario)"

◦ **Ajuste (/):** / .

9. "COVID-19 (Casos Acumulados en Bolivia - Ordinario)"

◦ **Ajuste (R^2 / r):** $R^2 = 0.926877$/ $r = 0.962745$.

◦ **Interpretación:** El modelo Gompertz ordinario presenta un mejor desempeño y una mayor correlación que el modelo Logístico ordinario, que sería la primer elección de modelo en este tipo de fenómenos.

10. "Producción en fermentación (ej. biogás, biomasa) y crecimiento microbiano"

◦ **Contexto:** Cuantificación de procesos bioquímicos que tienen una fase de latencia, crecimiento exponencial y meseta por agotamiento de nutrientes.

◦ **Interpretación:** Se han desarrollado variantes (ej., Zwietering) que permiten extraer parámetros clave para optimizar y comparar procesos de cultivo.

◦ **Parámetros Clave:** K (Producción máxima alcanzable,); μ_{max} (Tasa máxima de producción o crecimiento microbiano); λ (Tiempo de retraso inicial o *lag time*)

La posibilidad de realizar comparaciones entre los parámetros (K, α y β) obtenidos del mismo modelo de Gompertz aplicado a diferentes poblaciones, condiciones o contextos del mismo fenómeno es una de las ventajas operativas más importantes de esta herramienta matemática. Este enfoque permite traducir las diferencias observadas en el mundo real (como distintos ritmos de propagación o diferentes rendimientos de crecimiento) en valores numéricos estandarizados que tienen un significado biológico, epidemiológico o social directo

Horizonte de uso del modelo de Gompertz

El Modelo de Gompertz es una herramienta matemática ideal para modelar cualquier proceso de crecimiento o decrecimiento que sea limitado y que siga un patrón sigmoide asimétrico. Su aplicabilidad se restringe a fenómenos que ocurren en un espacio de recursos limitados o que poseen una capacidad de carga K a la cual tienden a aproximarse lentamente. La curva característica arranca con un crecimiento lento, pasa por una fase de *aceleración exponencial* y, finalmente, se desacelera al aproximarse al límite superior, adoptando una forma de "S" alargada. El comportamiento específico que favorece la elección del modelo de Gompertz es que el fenómeno debe iniciar de manera extremadamente rápida y, a partir de cierto momento (donde la función derivada alcanza su valor máximo), sufrir una desaceleración sostenida que lo conduce a la estabilidad. La característica clave de la curva es su asimetría, permitiendo una aproximación al asíntota superior más gradual que el despegue inicial, lo que resulta adecuado para describir sistemas donde la saturación es lenta o donde se genera una "cola más larga en su parte final". Matemáticamente, esta dinámica se define porque la tasa de cambio relativa de la población (o variable de interés) disminuye logarítmicamente a medida que la variable crece. Por estas razones, el modelo de Gompertz es la opción preferida para fenómenos de crecimiento poblacional, el crecimiento de ciertos tipos de tumores cancerígenos y células *in vitro* (donde los nutrientes se agotan), la propagación de epidemias (como el VIH/SIDA y COVID-19, donde la población susceptible se agota) y la y la Producción en fermentación (ej., biogás, biomasa) y crecimiento microbiano, donde el interés va hacia la producción máxima alcanzable o el *time lag* que es tiempo de retraso inicial o tiempo de arranque de la fase exponencial de crecimiento

CONCLUSIÓN

El recorrido por el proceso de ajuste y de algunas de las aplicaciones del modelo de Gompertz revela su estatus no solo su naturaleza y origen como una fórmula histórica, sino como una herramienta matemática interdisciplinaria y predictiva de amplio alcance.

Su extraordinaria versatilidad se basa en su forma funcional sigmoide asimétrica, la cual captura eficazmente la dinámica de cualquier fenómeno que exhiba crecimiento limitado. Este patrón de crecimiento, caracterizado por un inicio extremadamente rápido seguido de una desaceleración sostenida hasta la saturación, se observa consistentemente en campos disímiles:

Epidemiología: El modelo demostró un ajuste casi perfecto a la curva de casos acumulados de VIH/SIDA en México y en los análisis comparativos de COVID-19, superó sistemáticamente al modelo Logístico en México, Zacatecas y Bolivia. Esto subraya su fiabilidad para describir el progreso de las epidemias y proporcionar pronósticos confiables sobre el número total de casos esperado y la fecha probable del pico de la epidemia.

Biología y Bioprocesos: El modelo es fundamental para caracterizar el crecimiento de tumores y la proliferación celular *in vitro*. En la biotecnología, su flexibilidad se confirma al permitir la extracción de parámetros clave como la producción máxima alcanzable, la tasa máxima de crecimiento y el tiempo de retraso inicial (*lag time*), parámetros clave para la optimización de procesos de fermentación.

Análisis Operacional: Una ventaja crucial es que los parámetros del Gompertz (como la tasa de crecimiento y la capacidad de carga) tienen interpretaciones biológicas y epidemiológicas directas Esto permite realizar comparaciones cualitativas y rigurosas entre distintas poblaciones o condiciones de un mismo fenómeno (p. ej., la velocidad de propagación entre países o el efecto de diferentes concentraciones de suero en un cultivo).

Aunque el modelo de Gompertz es accesible conceptualmente y matemáticamente manejable, sigue evolucionando a través de generalizaciones y enfoques de orden fraccionario, asegurando su vigencia en la investigación contemporánea en fenómenos aún nmas complejos. En última instancia, el legado del Gompertz demuestra el poder de las matemáticas sencillas aplicadas con ingenio para dilucidar las leyes comunes que rigen la vida, la enfermedad y los sistemas sociales con límites de crecimiento.

REFERENCIAS

Bajzer, Z., & Vuk-Pavlovic, S. (2000). Gompertzian growth and its applications to tumor dynamics. Journal of Theoretical Medicine, 2(4), 307–315. https://doi.org/10.1080/10273660008833042

Conde-Gutiérrez, C., Colorado, D., Hernández-Bautista, E. (2021). Comparison of an artificial neural network and Gompertz model for predicting the dynamics of deaths from COVID-19 in México. Nonlinear Dyn. https://doi.org/10.1007/s11071-021-06471-7

Gil, M.M., Miller, F.A., Brandão, T.R.S. (2011). On the Use of the Gompertz Model to Predict Microbial Thermal Inactivation Under Isothermal and Non-Isothermal Conditions. Food Eng. Rev. 3, 17–25. https://doi.org/10.1007/s12393-010-9032-2

Gompertz, B. (1825). On the nature of the function expressive of the law of human mortality. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 115, 513–585. https://doi.org/10.1098/rstl.1825.0026

Kathleen, M., Even, T. (2017). The use of Gompertz models in growth analyses, and new Gompertz-model approach: An addition to the Unified-Richards family. PLoS ONE 12(6): e0178691. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0178691

Laird, A. K. (1964). Dynamics of tumour growth: Comparison of growth rates and extrapolation of growth curve to one cell. British Journal of Cancer, 13(4), 490–502. https://doi.org/10.1038/bjc.1964.55

Organización Mundial de la Salud. (2020). WHO Timeline – COVID-19. https://www.who.int/es/news/item/27-04-2020-who-timeline---covid-19

Pelinovsky, E., et al. (2022). Gompertz model in COVID-19 spreading simulation. Chaos, Solitons & Fractals, 146, 111699. https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.111699

Secretaría de Salud de México. (2024). Datos abiertos de Influenza, COVID-19 y otros virus respiratorios (SISVER). https://www.gob.mx/salud/documentos/datos-abiertos-152127

Torrealba-Rodríguez, O., Conde-Gutiérrez, R. y Hernández-Javier, A. (2020). Modeling and prediction of COVID-19 in Mexico applying mathematical and computational models. Chaos, Solitons and Fractals. https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109946

Vaghi, C., Rodallec, A., Fanciullino, R., Ciccolini J., Mochel, J., Mastri. M. (2020). Population modeling of tumor growth curves and the reduced Gompertz model improve prediction of the age of experimental tumors. PLoS Comput Biol 16(2): e1007178. https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1007178

Vásquez-Martínez, R., González-Farías, G., Márquez-Urbina, J. y Ramos-Quiroga E. (2023). A Gompertz mixture approach for modeling the evolution of the COVID-19 dynamics. Rev. Mat v. 30 n.1. http://dx.doi.org/10.15517/rmta.v30i1.50927

Wang, J., & Guo, X. (2024). The Gompertz model and its applications in microbial growth. Biotechnology Advances, 65, 108335.https://doi.org/10.1016/j.biotechadv.2024.108335

Winsor, C. P. (1932). The Gompertz curve as a growth curve. Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA, 18(1), 1–8. https://doi.org/10.1073/pnas.18.1.1

Xuan, G. y Jianlong, W. (2025). Kinetic models in environmental biotechnological processes: Origin, derivation and applications.Chemosphere. V. 374.

https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2025.144217

Zwietering, M. H., Jongenburger, I., Rombouts, F. M., & van't Riet, K. (1990). Modeling of the bacterial growth curve. Applied and Environmental Microbiology, 56(6), 1875–1881. https://doi.org/10.1128/aem.56.6.1875-1881.1990