

ESTUDIO MULTIVARIABLE DE LAS DIMENSIONES DE UN INHIBIDOR DE TURBULENCIA CON CAVIDAD INTERNA RECTANGULAR EN UN PARALELEPÍPEDO REGULAR

MULTIVARIABLE STUDY OF THE DIMENSIONS OF A TURBULENCE INHIBITOR WITH A RECTANGULAR INTERNAL CAVITY IN A REGULAR PARALLELEPIPED

CERRITOS ARRIAGA, María de Lourdes¹

RODRÍGUEZ ÁVILA, Jafeth¹

MORALES DÁVILA, Rodolfo²

OLVERA ROMERO, Gerardo Daniel¹

MUÑIZ VALDÉS, Carlos Rodrigo¹

GÓMEZ CASAS, Josué¹

RESUMEN

El distribuidor desempeña un papel decisivo en la colada continua porque condiciona la hidrodinámica previa al molde y, con ello, la limpieza del acero. Dentro del distribuidor, el inhibidor de turbulencia actúa como el modificador de flujo más influyente ya que altera el patrón de circulación y favorece que las inclusiones floten hacia la escoria en lugar de ser arrastradas a la salida. Reducir ese arrastre es crítico para la calidad y para los costos de producción y retrabajo. En este estudio se desarrolla una correlación estadística por mínimos cuadrados que sirve como guía de diseño para inhibidores con cavidad interna rectangular. La atención se centra en dos variables geométricas altura y longitud y su efecto sobre la masa de partículas colectada a la salida como medida inversa de eficiencia. Los ensayos en modelo físico muestran tendencias consistentes y el ajuste por mínimos cuadrados reproduce con buena proximidad los valores observados, lo que respalda la validez del modelo. En el rango estudiado, cuando el inhibidor es más alto y más corto, se arrastran menos partículas y el acero queda más limpio. Esta relación ofrece un criterio simple y útil para afinar diseños en planta y orientar futuras evaluaciones con mayor resolución experimental y condiciones operativas diversas.

Palabras clave: distribuidor; colada continua; inhibidor de turbulencia; inclusiones no metálicas; modelo físico a escala; regresión por mínimos cuadrados.

1. Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Coahuila, Arteaga, Coahuila, México.
2. Escuela Superior de Química e Industrias Extractivas, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México. México.

Correspondencia
jafethrodriguez@uadec.edu.mx
<https://orcid.org/0000-0002-8873-5882>

Fecha de recepción
6 de octubre de 2025.

Fecha de aceptación
5 de noviembre de 2025.

ABSTRACT

The tundish plays a decisive role in continuous casting because it governs pre-mold hydrodynamics and, consequently, steel cleanliness. Within the tundish, the turbulence inhibitor is the most influential flow-control device, as it modifies the circulation pattern and promotes flotation of nonmetallic inclusions toward the slag instead of their entrainment to the outlet. Reducing such entrainment is critical for quality as well as production and rework costs. This study develops a least-squares statistical correlation to guide the design of inhibitors with a rectangular internal cavity. The analysis focuses on two geometric variables, height and length, and their effect on the particle mass collected at the outlet, taken as an inverse measure of inhibitor efficiency. Physical model tests show consistent trends, and the least-squares fit reproduces the observed values with good proximity, supporting the validity of the model. Within the studied range, a taller and shorter inhibitor leads to less particle entrainment and cleaner steel. This relationship provides a simple and useful criterion to refine plant designs and to direct future evaluations with higher experimental resolution under diverse operating conditions.

Keywords: *tundish; continuous casting; turbulence inhibitor; non-metallic inclusions; physical water model; least-squares regression.*

I. INTRODUCCIÓN

La producción de acero mediante colada continua comprende, de forma general, la fusión del arrabio y/o chatarra (frecuentemente en horno de arco eléctrico), el afino secundario en horno cuchara, la distribución hacia las líneas de colada, la solidificación en el molde, el enfriamiento en mesa de rodillos y el corte del producto. En este tren de operaciones, el distribuidor es el último reactor metalúrgico antes del molde, el cual regula el régimen de flujo para sostener condiciones cuasi-estacionarias, homogeneiza temperatura y composición, limita la reoxidación mediante coberturas y, críticamente, favorece la remoción por flotación de inclusiones no metálicas hacia la escoria superficial. La efectividad de estas funciones depende del campo de flujo interno y de la distribución de tiempos de residencia (RTD, por sus siglas en inglés de Residence Time Distribution), por ello, la hidrodinámica del distribuidor influye directamente en la limpieza del acero y en la uniformidad térmica del baño (Fang y col., 2020; Li y col., 2023; Zhang y col., 2000).



Para acondicionar el flujo se emplean dispositivos de control (FCDs, por sus siglas en inglés de *Flow-Control Devices*) como inhibidores de turbulencia, presas/diques, baffles, cámaras de impacto y filtros, solos o combinados. La evidencia consolidada de modelos físicos en agua (apoyados en similitud de Froude y caracterización mediante curvas RTD) y de simulación CFD acoplada a transferencia de calor y transporte de partículas/inclusiones muestra que estos FCDs reducen cortocircuitos, incrementan la fracción de flujo tipo pistón, estabilizan gradientes térmicos y elevan la tasa de captura/flotación de inclusiones, tanto en distribuidores monohilo como multihilo (Fang y col., 2020; Sheng y Chen, 2021; Yao y col., 2020).

El desempeño de un FCD, sin embargo, no es universal. Depende de la geometría del distribuidor (volumen efectivo, cámaras, número/posición de salidas), del régimen de colada (caudal/velocidad, supercalentamiento), de las condiciones térmicas y, de forma crítica, de la morfología y dimensiones del propio dispositivo (p. ej., altura y longitud de un inhibidor, y detalles de borde (Li y col., 2023; Mabentsela y col., 2017; Morales y col., 2000; Quan y col., 2023; Tie y col., 2022; Yao y col., 2020). Así, un diseño que ofrece resultados favorables en cierto distribuidor puede resultar subóptimo en otro. De ahí que la práctica contemporánea recomiende diseño y validación específicos (combinando CFD y modelos a escala) e idealmente pruebas en planta, para cuantificar mejoras en tiempos de residencia efectivos, uniformidad térmica, fracciones de volumen muerto, transiciones entre aceros, y conteo de inclusiones (Fang y col., 2020; Li y col., 2023; Mabentsela y col., 2017; Quan y col., 2023).

En ese contexto y en línea con la experiencia industrial no es posible estandarizar indiscriminadamente los diseños y aplicaciones de dispositivos de control de flujo (FCDs, por sus siglas en inglés de *flow control devices*) para distintas condiciones de operación, ya que variaciones en la velocidad y el caudal de colada, el supercalentamiento, la geometría del distribuidor, el número de salidas, la temperatura, la composición del acero y la forma y dimensiones del inhibidor de turbulencia (TI, por sus siglas en inglés de *turbulence inhibitor*) alteran de manera sustancial el régimen hidráulico, modifican las proporciones de flujo tipo pistón y de mezcla y generan zonas muertas y en consecuencia afectan la eficiencia metalúrgica (Mabentsela y col., 2017; Morales y col., 2000; Quan y col., 2023; Tie y col., 2022; Yao y col., 2020; Yue y col., 2009; Zhang y col., 2000). Por lo tanto, es pertinente estudiar de manera multivariable la influencia de las dimensiones internas de

los inhibidores de turbulencia de sección rectangular, con énfasis en la altura y la longitud, sobre la flotación y el arrastre de inclusiones. Este enfoque se alinea con trabajos que correlacionan parámetros geométricos del FCD con métricas hidráulicas (RTD, fracciones pistón/mezcla, volumen muerto) y resultados metalúrgicos (captura de inclusiones), proponiendo criterios de diseño transferibles dentro de rangos operativos bien definidos. La integración de CFD, modelos físicos y, cuando es viable, validación en planta permite cerrar el ciclo diseño-optimización-verificación, y fundamenta decisiones sobre la morfología del TI (p. ej., relación altura/longitud, detalles de borde y ubicación relativa) para mejorar la calidad del producto final (Li y col., 2023; Morales y col., 2000; Quan y col., 2023; Tie y col., 2).

II. MATERIALES Y MÉTODOS

Se empleó un modelo de distribuidor transparente en acrílico de 12 mm de espesor, a escala un tercio del prototipo. La alimentación de agua fue de 13 L/min. El agua representó al acero líquido por similitud cinemática con base en criterios de Froude. El trazador se preparó con polvo dispersado en alcohol isopropílico. Se inyectó en la entrada y el polvo se desplazó a lo largo del distribuidor siguiendo el campo de velocidades y las fuerzas hidrodinámicas, dirigiéndose a la salida o ascendiendo a la superficie. Debido a su menor densidad respecto del agua se observó flotación, análoga al comportamiento de inclusiones no metálicas cuando su densidad efectiva es menor que la del baño y migran hacia la escoria.

El ensayo se realizó en régimen estacionario. La masa de polvo colectada a la salida se usó como medida proporcional de la eficiencia del inhibidor de turbulencia. Menor masa colectada indica mayor flotación y menor arrastre hacia el producto. La Figura 2 muestra el arreglo experimental con entrada, salida, el inhibidor C3, el punto de inyección y la criba de recolección. Se colocó una criba tamaño 5000 después de la salida para retener el polvo, que luego se secó y se pesó.

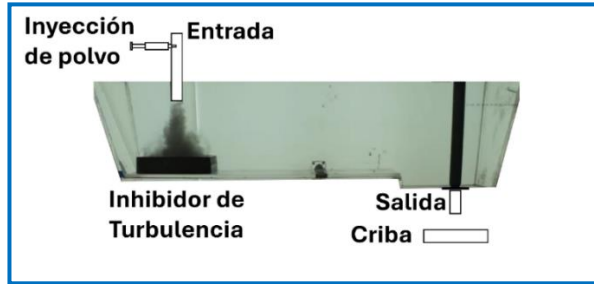


Figura 2. El experimento de polvo.

La experimentación descrita se aplicó a cada variante de inhibidor de turbulencia en un distribuidor de una sola salida. Se evaluaron inhibidores con cavidad interna de sección rectangular. Para cada uno se midió la masa de polvo colectada a la salida. La Figura 3 presenta los modelos C3, C6, C7 y C8 en los paneles a, b, c y d.

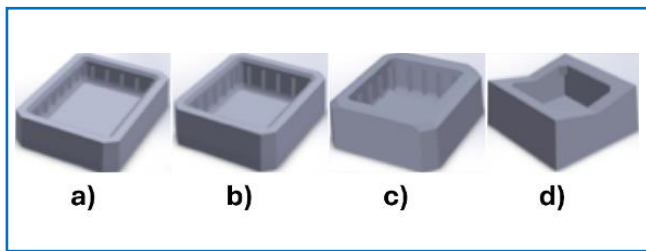


Figura 3 Inhibidores de turbulencia a) C3, b) C6, c) C7 y d) C8.

El tamaño de partícula del polvo se caracterizó mediante cribas con mallas 70, 100 y 140. La Tabla 1 resume la distribución granulométrica. Se partió de una muestra total nominal de 60 g. Se registró una pérdida de 1.4 g durante la medición. La masa efectivamente cuantificada fue de 58.6 g. Los porcentajes se calcularon con base en 58.6 g.

Tabla 1. Tamaño de partículas de polvo.

Masa (g)	Porcentaje en masa	Tamaño de malla	Tamaño de grano (mm)
1	1.70 %	<140	<0.105
34.2	73.70 %	140-100	0.105-0.149
22.1	37.70 %	100-70	0.149-0.210
1.3	2.20 %	>70	>0.210

Las dimensiones internas de los inhibidores longitud, ancho y alto se muestran en la Tabla 2. La cavidad interna es de contorno rectangular y las paredes incluyen bordes destinados a atenuar la turbulencia. En el caso del modelo C8 la altura interna es irregular y se trabajó con una altura media equivalente de 71 mm. La Figura 4 presenta la comparación gráfica de estas dimensiones.

Tabla 2. Dimensión interna de los inhibidores rectangulares.

Inhibidor	C3	C6	C7	C8
Longitud (mm)	207	182	157	152
Ancho (mm)	150	150	141	139
Alto (mm)	53	69	77	71 (Media)

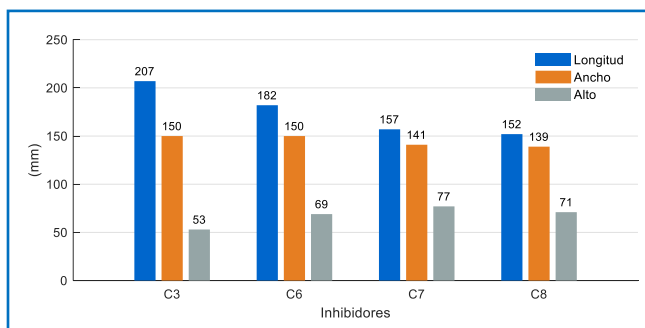


Figura 4. Dimensiones de los inhibidores con sección rectangular

La formulación del problema se establece con un modelo lineal multivariable estimado mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO por sus siglas en inglés de *ordinary least squares*) (Barbur y col., 1994; Draper y Smith, 2014). En la ecuación 1 se expresa el vínculo entre la respuesta experimental m , la matriz de diseño X , el vector de parámetros beta y el término de error epsilon. La ecuación 2 expande dicha relación por observación y hace explícita la estructura de X con una columna de unos y con las variables geométricas X_1 , X_2 y X_3 que representan la longitud el ancho y la altura internas del inhibidor. Esta representación distingue la contribución sistemática asociada a X y beta de la variabilidad no explicada contenida en epsilon.

$$m = X\beta + \varepsilon \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & X_{33} \\ 1 & X_{14} & X_{24} & X_{34} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

La estimación por MCO se define mediante la minimización de la suma de cuadrados de los residuales, tal como se establece en la ecuación 3, lo que conduce a trabajar con el producto cuadrático ε^T por ε . Con base en el modelo de la ecuación 1 se introduce el residual en la ecuación 4 y su traspuesta en la ecuación 5. La ecuación 6 reescribe el producto cuadrático como un producto de binomios y la ecuación 7 aplica propiedades de la traspuesta para reorganizar los términos. La ecuación 8 desarrolla el binomio y separa términos puros y cruzados, la ecuación 9 reconoce la equivalencia de los cruzados y la ecuación 10 concentra el criterio de ajuste en una forma cuadrática en beta que resultará instrumental para derivar el estimador (Crocker y Seber, 1980; Wetherill y Seber, 1977).

$$\min \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \min(\varepsilon^T \cdot \varepsilon) \quad (3)$$

$$\varepsilon = m - X\beta \quad (4)$$

$$\varepsilon^T = (m - X\beta)^T \quad (5)$$

$$\varepsilon^T \cdot \varepsilon = (m - X\beta)^T (m - X\beta) \quad (6)$$

$$\varepsilon^T \cdot \varepsilon = (m^T - X^T \beta^T)(m - X\beta) \quad (7)$$

$$\varepsilon^T \cdot \varepsilon = m^T m - m^T X\beta - mX^T \beta^T + X^T \beta^T X\beta \quad (8)$$

$$m^T X\beta = mX^T \beta^T \quad (9)$$

$$\varepsilon^T \cdot \varepsilon = m^T m - 2m^T X\beta + X^T \beta^T X\beta \quad (10)$$

A partir de la forma cuadrática anterior se define en la ecuación 11 la función objetivo $L(\beta)$. La ecuación 12 calcula su derivada con respecto a beta y la iguala a cero para imponer la condición de optimalidad, la ecuación 13 simplifica esta condición y conduce a las ecuaciones normales. La ecuación 14 proporciona la solución para β^T y la ecuación 15 presenta la forma equivalente más utilizada del estimador en términos de X^T por X y X^T por m . La ecuación 16 expresa el modelo en forma escalar con intercepto β_1 y pendientes β_2 , β_3 y β_4 asociadas a X_1 , X_2 y X_3 y la ecuación 17 define el residual como diferencia entre la observación y la predicción (Barnett y col., 1975; Gunst y col., 1996; Porzio, 2013).

$$L(\beta) = \varepsilon^T \cdot \varepsilon = m^T m - 2m^T X \beta + X^T \beta^T X \beta \quad (11)$$

$$\frac{dL}{d\beta} = 0 = 0 - 2m^T X + 2X^T \beta^T X \quad (12)$$

$$0 = 0 - 2m^T X + 2X^T \beta^T X \quad (13)$$

$$(X^T X)^{-1}(m^T X) = \beta^T \quad (14)$$

$$\beta = (X^T X)^{-1}(X^T m) \quad (15)$$

$$m = \beta_1 + \beta_2 X_1 + \beta_3 X_2 + \beta_4 X_3 + \varepsilon \quad (16)$$

$$\varepsilon = m - \hat{m} \quad (17)$$

La ecuación 18 resume la correlación calibrada en este trabajo y habilita la estimación de la masa colectada en función de la longitud, el ancho y la altura internas del inhibidor, proporcionando coeficientes numéricos que cuantifican la contribución marginal de cada dimensión sobre la respuesta predicha (Porzio, 2013).

$$\hat{m} = 28.3188 + 0.3056, X_1 + 0.3711, X_2 + 0.4505, X_3 \quad (18)$$

El polinomio característico resultado de la aplicación de la metodología de mínimos cuadrados se compara con los datos experimentales obtenidos en las pruebas de laboratorio.

III. RESULTADOS

Tabla 3. Polvo medido a la salida del Inhibidor.

Inhibidor	Cantidad de polvo promedio (mg)
C3	3.2
C6	2.76
C7	1.65
C8	1.13

La Figura 5 presenta dos vistas complementarias. En la parte "a" se relaciona la masa promedio de polvo con la altura del inhibidor para los casos C3 C6 y C7 en milímetros. Se observa una tendencia monótona decreciente, lo que implica que al aumentar la altura interna del inhibidor disminuye la masa arrastrada y por tanto se favorece la flotación hacia la superficie. En la parte "b" se representa la masa promedio en función de la longitud del inhibidor. Se aprecia que longitudes menores se asocian con una reducción adicional de la masa de polvo a la salida, lo que también es consistente con una disipación de energía más efectiva y con un patrón de circulación más propicio para la remoción de partículas

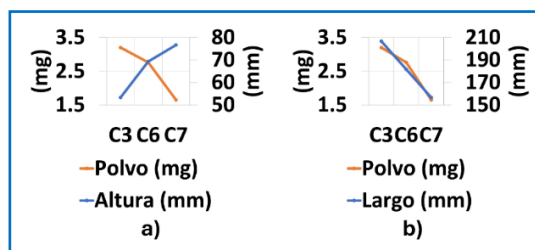


Figura 5. Cantidad de masa del polvo en promedio de cada inhibidor a la salida del distribuidor con la a) altura y el b) largo del inhibidor.

Con el fin de integrar ambas escalas geométricas se analizó la fracción longitud entre altura. La Figura 6 representa la masa promedio de polvo en

función de esta fracción. Cuando la altura aumenta y la longitud se mantiene constante la fracción disminuye y la masa colectada se reduce. Cuando la longitud aumenta y la altura se mantiene constante la fracción crece y la masa colectada se incrementa. En consecuencia, fracciones menores se asocian con mayor eficiencia en la flotación de inclusiones, lo que refuerza de manera conjunta las observaciones de la Figura 5.

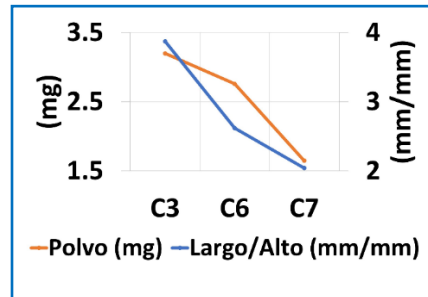


Figura 6. Cantidad de masa del polvo en promedio de cada inhibidor a la salida del distribuidor y la fracción (Longitud/Altura) del inhibidor.

La relación entre la masa colectada y las dimensiones internas se cuantificó mediante una regresión lineal multivariable. Se empleó como variable respuesta la masa a la salida y como variables explicativas la longitud X_1 el ancho X_2 y la altura X_3 en milímetros, incluyendo para el caso C8 su altura promedio. El ajuste proporcionó la correlación reportada en la ecuación (18). Con esta correlación se estimaron valores para cada inhibidor y se compararon con los promedios experimentales. La Tabla 4 reúne los resultados del estimado, el valor experimental promedio, la desviación estándar intragrupo calculada a partir de las tres réplicas, el rango de dispersión en miligramos y el error medio definido como estimado menos experimental.

Tabla 4 Resumen del análisis multivariable.

Parámetro	C3	C6	C7	C8
Estimado (mg)	3.199717	2.767717	1.651824	1.090211
Experimental promedio (mg)	3.2	2.76	1.65	1.13
Desviación estándar	0.346	0.057	0.191	0.152
Rango	0.6	0.1	0.4	0.3
Error medio para cada inhibidor	0.000283	-0.007717	-0.001824	0.039789

El desempeño del modelo se evaluó mediante el coeficiente de determinación y el análisis de varianza (ANOVA). Se obtuvo un R^2 de 0.9561 y un R^2 ajustado de 0.9396, lo que indica que la correlación explica más del 95% de la variación observada en la masa colectada. El RMSE calculado fue de 0.216 mg, lo que confirma la proximidad entre los valores estimados y experimentales.

La Tabla 5 resume los resultados del ANOVA de la regresión multivariable. El valor F calculado (58.05) es considerablemente mayor al crítico para un nivel de confianza del 95 %, y el p-valor = 8.99×10^{-6} confirma la significancia estadística del modelo dentro del dominio evaluado.

Tabla 5. ANOVA del modelo de regresión multivariable.

Fuente	SC	GL	CM	F	p-valor
Modelo	8.1266	3	2.7089	58.0476	8.996×10^{-6}
Residual	0.3733	8	0.0467	—	—
Total	8.5	11	—	—	—

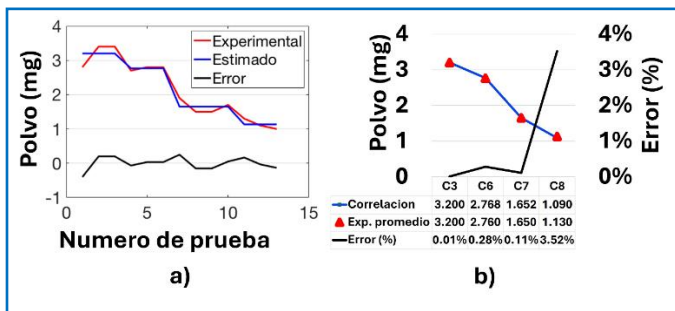


Figura 7. Valores de la regresión multivariable, experimental, estimado y el error a) De todas las muestras y b) promedio por inhibidor.

Para explorar la sensibilidad dentro de un espacio geométrico acotado se fijó el ancho en 150 mm consistente con la variación limitada de este parámetro en los prototipos evaluados, y se representó la superficie de respuesta en un gráfico tridimensional. La Figura 8 muestra la estimación de la masa colectada según combinaciones de altura entre 55 y 80 mm y de longitud entre 160 y

200 mm. Los puntos que corresponden a los promedios de C3 y C6 caen sobre la superficie estimada y son consistentes con la tendencia ya descrita. El resto del plano delimita una región factible de diseño donde la masa se reduce con incremento de altura y con reducción de longitud, siempre que se mantenga el ancho en ciento cincuenta milímetros.

En conjunto, los resultados indican que el inhibidor C8 es el que presenta menor masa de polvo a la salida y por ello la mayor eficiencia en términos de flotación de inclusiones. Esta ventaja se explica por su altura efectiva más elevada y por su longitud relativamente menor en comparación con los otros casos, aun cuando su altura interna sea no uniforme y se represente mediante un valor medio para el análisis comparativo.

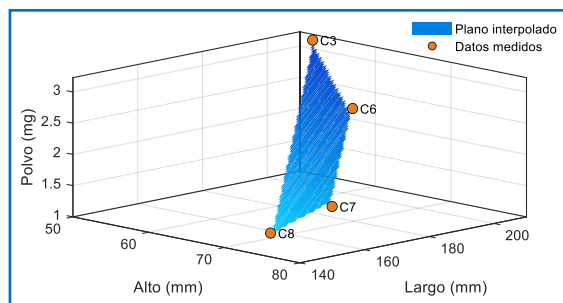


Figura 8. Gráfico tridimensional de la estimación con la correlación dependiendo de la altura del inhibidor.

IV. DISCUSIÓN

Los resultados muestran una relación coherente entre la geometría interna del inhibidor y la masa de polvo arrastrada a la salida del distribuidor. Al aumentar la altura interna se reduce de forma consistente la masa colectada y al disminuir la longitud se observa una reducción adicional. Esta tendencia se refleja en la correlación multivariable ajustada, donde los coeficientes indican una influencia marginal ordenada por altura seguida de ancho y finalmente longitud. En la ecuación 18 los coeficientes para X_1 , X_2 y X_3 son 0.3056 0.3711 y 0.4505 respectivamente, por lo que la altura presenta el efecto más pronunciado en el intervalo estudiado.

El análisis de la fracción longitud entre altura aporta un criterio geométrico simple que integra ambas dimensiones y que resulta consistente con el patrón observado. Fracciones pequeñas se asocian con mayor flotación y menor

arrastre, lo que sugiere que configuraciones más altas y menos largas favorecen la disipación de energía en la zona de impacto y la permanencia de partículas en vecindad de la superficie con mayor oportunidad de captura por la escoria.

La comparación entre estimados y promedios experimentales evidencia errores medios cercanos a cero y desviaciones estándar moderadas, con una variabilidad entre las réplicas del caso C3 más elevada. En conjunto, la evidencia respalda el uso de la correlación como herramienta de apoyo al diseño dentro de los rangos explorados. Debe considerarse, no obstante, que el ancho se fijó en 150 mm para el análisis de sensibilidad, que el C8 posee altura no uniforme representada por un valor medio y que se emplearon tres réplicas por caso. Estos aspectos acotan el dominio de validez y señalan líneas de trabajo futuro orientadas a explorar no linealidades, a incrementar el tamaño muestral y a evaluar explícitamente diseños con altura variable.

V. CONCLUSIONES

La correlación multivariable reproduce con buena proximidad los promedios experimentales y captura la tendencia principal del fenómeno. Dentro de los rangos evaluados la masa de polvo a la salida disminuye cuando aumenta la altura interna del inhibidor y cuando disminuye su longitud

El orden de influencia marginal indicado por la ecuación 18 es altura seguida de ancho y finalmente longitud. Esta jerarquía es congruente con un mecanismo de disipación de energía más efectivo y con una reducción de trayectorias de cortocircuito, lo que incrementa el tiempo de residencia útil cercano a la superficie y favorece la flotación de partículas.

El diseño C8 presenta la menor masa de polvo colectada y por ende la mayor eficiencia hidrodinámica entre las variantes evaluadas. Su desempeño es compatible con una altura efectiva mayor y con una longitud menor, aun cuando su altura sea no uniforme y se represente mediante un valor promedio para fines comparativos

Los resultados sugieren una guía de diseño para inhibidores con cavidad interna rectangular. Incrementar la altura efectiva y reducir la longitud dentro de intervalos similares a los aquí estudiados favorece la remoción por flotación

y reduce el arrastre hacia el producto. Estas conclusiones deben aplicarse respetando el dominio de validez del estudio y considerando que el ancho se mantuvo cercano a ciento cincuenta milímetros

Se recomienda como trabajo futuro identificar un punto óptimo de altura y longitud dentro de la región factible, verificar posibles efectos no lineales mediante diseños experimentales con mayor resolución y complementar con mediciones hidrodinámicas que incluyan distribución de tiempos de residencia y transporte de partículas para afinar criterios de diseño transferibles a condiciones industriales variadas.

REFERENCIAS

- Barbur, V. A., Montgomery, D. C., & Peck, E. A. (1994). *Introduction to Linear Regression Analysis*. *The Statistician*, 43(2): 120–123. <https://doi.org/10.2307/2348362>
- Barnett, V., Neter, J., & Wasserman, W. (1975). *Applied Linear Statistical Models*. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 138(2): 230–234. <https://doi.org/10.2307/2984653>
- Crocker, D. C., & Seber, G. A. F. (1980). *Linear Regression Analysis*. *Technometrics*, 22(1): 130–132. <https://doi.org/10.2307/1268395>
- Draper, N. R., & Smith, H. (2014). *Applied Regression Analysis*. Wiley-Interscience, 3rd ed.: 85–90. <https://doi.org/10.1002/9781118625590>
- Fang, Q., Zhang, H., Luo, R., Liu, C., Wang, Y., & Ni, H. (2020). Optimization of flow, heat transfer and inclusion removal behaviors in an odd multistrand bloom casting tundish. *Journal of Materials Research and Technology*, 9(1): 120–134. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2019.10.064>
- Gunst, R. F., Myers, R. H., & Montgomery, D. C. (1996). *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. *Technometrics*, 38(3): 305–310. <https://doi.org/10.2307/1270613>
- Li, Q., Qin, B., Zhang, J., Dong, H., Li, M., Tao, B., Mao, X., & Liu, Q. (2023). Design improvement of four-strand continuous-casting tundish using physical and numerical simulation. *Materials*, 16(2): 849–861. <https://doi.org/10.3390/ma16020849>
- Mabentsela, A., Akdogan, G., & Bradshaw, S. (2017). Numerical and physical modelling of tundish slag entrainment in the steelmaking process. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 117(5): 445–455. <https://doi.org/10.17159/24111-9717/2017/v117n5a9>



- Morales, R. D., De Barreto, J. J., López-Ramírez, S., Palafox-Ramos, J., & Zacharias, D. (2000). Melt flow control in a multistrand tundish using a turbulence inhibitor. *Metallurgical and Materials Transactions B: Process Metallurgy and Materials Processing Science*, 31(6): 1385–1393. <https://doi.org/10.1007/s11663-000-0035-x>
- Porzio, G. C. (2013). Regression analysis by example. *Journal of Applied Statistics*, 40(12): 2659–2661. <https://doi.org/10.1080/02664763.2013.817041>
- Quan, Q., Zhang, Z. X., Qu, T. P., Li, X. L., Tian, J., & Wang, D. Y. (2023). Physical and numerical investigation on fluid flow and inclusion removal behavior in a single-strand tundish. *Journal of Iron and Steel Research International*, 30(6): 1167–1181. <https://doi.org/10.1007/s42243-022-00884-3>
- Sheng, D. Y., & Chen, D. (2021). Comparison of fluid flow and temperature distribution in a single-strand tundish with different flow control devices. *Metals*, 11(5): 746–757. <https://doi.org/10.3390/met11050796>
- Tie, Z., Tang, H., Wang, K., Miao, H., Cai, S., Xian, F., & Zhang, J. (2022). Effect of flow field optimization of an asymmetric multi-strand tundish on the quality consistency of cracking con-rod steel. *Materials*, 15(10): 3698–3709. <https://doi.org/10.3390/ma15103698>
- Wetherill, G. B., & Seber, G. A. F. (1977). *Linear Regression Analysis*. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 140(4): 546–549. <https://doi.org/10.2307/2345290>
- Yao, C., Wang, M., Zheng, R., Pan, M., Rao, J., & Bao, Y. (2020). Effect of turbulence inhibitors on molten steel flow in 66-ton t-type tundish with large impact area. *Metals*, 10(9): 1111–1123. <https://doi.org/10.3390/met10091111>
- Yue, Q., Zou, Z. S., Hou, Q. F., & Chen, Z. (2009). Water modeling of swirling flow tundish for steel continuous casting. *Journal of Iron and Steel Research International*, 16(5): 1–6. [https://doi.org/10.1016/S1006-706X\(10\)60004-0](https://doi.org/10.1016/S1006-706X(10)60004-0)
- Zhang, L., Taniguchi, S., & Cai, K. (2000). Fluid flow and inclusion removal in continuous casting tundish. *Metallurgical and Materials Transactions B: Process Metallurgy and Materials Processing Science*, 31(2): 253–266. <https://doi.org/10.1007/s11663-000-0044-9>