

Sobre el tamaño del universo y su posible colapso utilizando matemáticas y física básica

On the size of the universe and its possible collapse using mathematics and basic physics

*Dedicado a Dr. Rolando Cavazos Cadena[†]
Infinitamente...*

Julio Saucedo Zul

Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas,
Unidad Camporredondo Edificio A, C.P. 25000, Saltillo Coahuila México.

Correspondencia para autor

Correo electrónico: juliosaucedozul@uadec.edu.mx

Octubre del 2023

Resumen

El estudio del universo en el presente artículo, es desde una perspectiva al alcance de todo lector interesado en la ciencia de los astros, familiarizado con conceptos de matemáticas y física básicas, de nivel de medio superior. Dicho en otro sentido, este es un trabajo de divulgación con la intención de acercar lo más explícitamente posible al instructor y alumnado del nivel medio superior a dicho estudio. Recordaremos algunos conceptos sobre el origen del universo, es finito o infinito, o en expansión, colapsará etc. Como sabemos, el manejo correcto del concepto de infinito “como en muchas áreas de la ciencia” resulta ser de fundamental importancia para poder reflexionar mejor sobre el tema del universo en que estamos incluidos y las consecuencias teóricas que se han tenido a lo largo de la historia.

Palabras clave: universo estático e infinito, ley de atracción gravitacional, colapso.

Abstract

The study of the universe in this article is from a perspective available to any reader interested in the science of the stars, familiar with concepts of basic mathematics and physics, at a high school level. In other words, this is a dissemination work with the intention of bringing the instructor and students of the upper secondary level as explicitly as possible to said study. We will remember some concepts about the origin of the universe, is it finite or infinite, or is it expanding, will it collapse, etc. As we know, the correct handling of the concept of infinity “as in many areas of science” turns out to be of fundamental importance to be able to better reflect on the issue of the universe in which we are included and the theoretical consequences that have been had throughout history.

Key words: static and infinite universe, law of gravitational attraction, collapse.

Introducción

Empezaremos por recordar lo siguiente bien conocido citado textualmente: *"Un científico (al parecer fue Bertrand Russell) daba una vez una conferencia sobre astronomía. En ella describía cómo la tierra giraba alrededor del sol y cómo éste, a su vez, giraba alrededor del centro de una gran cantidad de estrellas conocida como nuestra galaxia. Al final de la charla, una simpática señora, ya de edad, se levantó y le dijo desde el fondo de la sala: Lo que nos ha contado usted no son más que tonterías. El mundo es en realidad una plataforma plana sustentada por el caparazón de una tortuga gigante. El científico sonrió ampliamente antes de hacerle una pregunta, ¿y en qué se apoya la tortuga? Usted es muy inteligente, joven - contesto la señora-. ¡Pero hay muchísimas tortugas una debajo de otra!*

La mayor parte de la gente encontraría bastante gracioso la imagen de nuestro universo como una torre infinita de tortugas, pero ¿en qué nos basamos para creer que lo conocemos mejor? ¿Qué sabemos acerca del universo, y cómo hemos llegado a saberlo? ¿De dónde surgió el universo, y a dónde va? ¿Tuvo el universo un principio, y, si así fue, que sucedió con anterioridad a él? ¿Cuál es la naturaleza del tiempo? ¿Llegará éste alguna vez a un final? " (Hawking, 1988).

En este artículo, se reflexiona sobre algunos comentarios acerca del universo estático infinito de Isaac Newton. Debido a la ley de la atracción gravitacional de Newton, cada objeto del universo es atraído por todos los demás, por lo que un universo estático no sería posible. Newton había comprendido que cualquier distribución finita de la masa sería colapsada por la atracción gravitatoria. *Sin embargo, continuó hasta llegar a la conclusión de que el colapso se evitaría si el universo fuera infinito y estuviera lleno de materia en todas partes (lo cual es falso en la actualidad).* Este es el punto central de la discusión y el objetivo del artículo es mostrar lo contrario, es decir, aun cuando el universo sea infinito el colapso puede ocurrir.

Lo anterior se encuentra documentado en una serie de cartas dirigidas al joven teólogo Richard Bentley. Algunas de estas cartas se guardan en el Trinity College de Cambridge (Turnbull, 1961).

Esta es una línea entre tantas, de los inconvenientes que pasan cuando se discute sobre el infinito. En un universo infinito, todos los puntos se consideran como un centro, ya que cualquier punto está formado por un espacio infinito de estrellas a su alrededor.

“Así se encontraba la dificultad del estudio acerca del universo a comienzos del siglo XVII. El problema seguía sin respuesta”.

Sobre si el universo es finito o infinito

Los primeros universos aristotélicos eran finitos en extensión, formados por esferas concéntricas que terminaban en la esfera de las estrellas fijas. En contraste, el universo estoico era un universo finito con un vacío exterior que era infinito (también conocido como el universo de una isla).

René Descartes se negó a usar la palabra infinito para describir el universo, ya que, según él, solo Dios podía ser infinito. En el universo cartesiano, el espacio sólo puede existir donde hay materia, por lo que tanto el espacio físico como la materia se extienden indefinidamente. Isaac Newton respondió a Descartes diciendo que, donde no hay materia, el espíritu dota al espacio de extensión. Newton argumentó

que decir que el espacio no puede existir sin materia era negar la presencia de Dios en el universo. Por lo tanto, Isaac Newton creía originalmente en un universo estoico en el que Dios creó un sistema material de extensión finita, con un vacío infinito en el que habitaba el espíritu de Dios.

El desarrollo de mejores telescopios de la época y más estudios de observación de la bóveda celeste, llevó al descubrimiento de nubes difusas en el espacio llamadas nebulosas. Immanuel Kant, (1724-1804) un filósofo y científico alemán, había propuesto un universo jerárquico en el que un grupo de estrellas formaba un sistema más grande, que se combinaba con otros sistemas para formar sistemas aún más grandes, en lo que se denominó el universo de muchas islas. Esta opinión fue compartida e ilustrada por el astrónomo y matemático inglés Thomas Wright (Harrison, 1986).

Por supuesto, ahora se sabe que la idea de un universo de una sola isla es incorrecta. Con nuevos avances en la tecnología óptica, los astrónomos han descubierto que algunas de las nubes borrosas eran de hecho sistemas de estrellas y gas muy parecidos a nuestra propia Vía Láctea. Este es otro recordatorio de que nunca debemos confiar demasiado en algunas de nuestras teorías cosmológicas actuales. *En los albores del siglo XXI, la pregunta de si vivimos en un universo finito o infinito es desconocida* (Tyson, 2017).

Otra observación a un universo estático infinito es atribuida al filósofo alemán Heinrich Olbers, quien escribió acerca de dicho modelo en 1823:

Imaginemos que todas las estrellas son similares al sol y están distribuidas uniformemente en un universo estático o infinito. Para cualquier dirección que miremos en el cielo nuestra vista eventualmente interceptará una estrella y, por tanto, todo el cielo debería estar tan brillante en todas partes como la luz del sol.

Este problema, ¿Por qué está oscuro el cielo de noche? tiene una historia fascinante y hasta el día de hoy sigue siendo un tema de interés por la cosmología. Fue el primer descubrimiento que nos conecta con regiones tan distantes del universo y los argumentos que se desprenden marcan el nacimiento de la ciencia en cosmología. Olbers atribuyó la oscuridad del cielo nocturno a la absorción de la luz mientras recorre el espacio. Otras propuestas son que el espacio no es euclidiano, o que el universo es joven o está expandiéndose. O también se piensa que el cielo está oscuro porque el tiempo requerido para que el campo de radiación alcance el equilibrio termodinámico es grande en comparación con todas las demás escalas de tiempo de interés, entre otras teorías. La paradoja de Olbers (como se conoce), es la historia de nuestra visión cambiante del universo.

En los tiempos en que Einstein abordaba la teoría cosmológica (universo esférico 1917), todo conocimiento astronómico de la época convergía en que el universo era estático a grandes dimensiones. Debido a lo anterior Einstein modificó sus ecuaciones de la relatividad general. Incorporó un término que no afecta los resultados a dimensiones del sistema solar, ni para escalas superiores a nuestra galaxia y más allá. Este término es otra fórmula de gravitación, proporcional a la densidad de materia; y se le llamó *constante cosmológica*. Esta constante es una nueva fuerza de repulsión gravitacional que iguala a grandes dimensiones el efecto atractivo de la gravitación conocida de Newton. De esta manera el trabajo del universo de Einstein mantiene un equilibrio estático. Esta teoría alternativa, se decía no convencía del todo a Einstein, que decidió llevarla a cabo por los estudios astronómicos de ese tiempo (Bruce, 2003; Harrison, 1986).

Algunos cuestionamientos y observaciones al respecto

Con la obra maestra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* de Newton, (o los Principia) se dota al mundo de una teoría fundamental para la ciencia, en particular para la cosmología con la gravitación universal. Newton no usó directamente su teoría de gravitación para atender el problema cosmológico en los Principia, sin embargo, la trató en distintas cartas que escribió al reverendo Richard Bentley quien argumentaba que las leyes de la naturaleza son insuficientes para explicar el funcionamiento del universo y deben complementarse con actos sobrenaturales de un poder divino, estaba interesado de convencer a los ateos de la época que Dios existía mediante la ley de gravitación universal. Para esto consultó a Newton sobre algunas preguntas técnicas: le señala que un universo finito, estático, sería inestable y colapsará hacia su centro por la atracción gravitacional. Newton respondió a la consulta de Bentley sobre el efecto de la gravedad en un sistema material de tamaño finito. En esta famosa declaración dijo que un universo compuesto de materia que gravita por sí mismo es necesariamente ilimitado, porque de lo contrario carece de un estado de equilibrio y colapsa.

En otra carta a Bentley dijo Newton, *usted argumenta que cada partícula de materia en un espacio infinito tiene una cantidad infinita de materia en todos los lados del sistema cosmológico y, en consecuencia, una atracción infinita en todos los sentidos y por lo tanto, debe descansar en equilibrio porque todos los infinitos son iguales*. Newton estuvo de acuerdo con Bentley en que la providencia había diseñado un universo de extensión infinita en el que las estrellas distribuidas uniformemente se mantienen en equilibrio inestable como agujas sobre sus puntas, y explicó cómo las fuerzas finitas pueden permanecer aun cuando las fuerzas gravitatorias infinitas se restan unas de otras; un ejemplo, nuestro sistema solar.

Aparentemente, los comentarios de Bentley impulsaron a Newton a redactar una segunda edición de los Principia. En este tratamiento intentó mostrar que las

observaciones astronómicas apoyaban la idea de una distribución uniforme de estrellas y asumió que todas las estrellas se parecen a nuestro Sol. En la segunda edición de los Principia, Newton describió cómo la providencia había colocado las estrellas muy separadas:

Este perfecto sistema del sol, planetas y cometas, sólo podía proceder del dominio de un ser inteligente y poderoso. Y si las estrellas fijas son centros de otros sistemas similares, éstos al estar formados por el mismo sabio, deben estar todos sujetos a un mismo dominio. Y para que los sistemas de las estrellas fijas no caigan por su gravedad mutuamente, ha colocado esos sistemas a inmensas distancias entre sí (Turnbull, 1961).

Newton también escribió ¿De dónde es que la naturaleza no hace nada en vano, y de dónde surge todo ese orden y belleza que vemos en el mundo? ¿Qué impide que las estrellas fijas caigan sobre uno? Newton creía que no sólo la formación del universo sino también el mantenimiento del sistema solar ofrecía pruebas de la existencia de Dios. La amplia separación de estrellas dio evidencia adicional de diseño y mantenimiento providencial.

Por cierto, las cuatro cartas de Newton a Bentley figuran entre los documentos más importantes de la historia de la cosmología.

La intervención más relevante al estudio del universo de Einstein, donde se demuestra que no es una solución al problema cosmológico, se descubrió una década más tarde (en 1927) por el fisicomatemático Belga, Georges Lemaître. Muestra que el equilibrio del universo al trabajo de Einstein es inestable; de esta manera con la más mínima perturbación se llegará a la ruptura del equilibrio total, iniciando un colapso catastrófico o una expansión indefinida.

Este trabajo también recibió muy poca atención al principio, probablemente porque fue publicado en una revista belga poco leída. El trabajo llamó la atención de Einstein tiempo después, sólo para ser descartado como "abominable". Según Lemaître, el rechazo de Einstein probablemente se debió a una falta de conocimiento de los avances en astronomía:

“Estaba hablando de las velocidades de las nebulosas y tuve la impresión de que Einstein apenas conocía los hechos astronómicos” (Lemaître, 1958).

Einstein y Lemaître tuvieron ocasiones de debatir sobre varios temas, por ejemplo, que el universo debería tener un origen (big bang), y estar gobernado por las leyes de la física; leyes que el hombre podría descubrir, ello les acercó en una amistad personal y profesional.

Un par de años después del resultado de Lemaître, el astrónomo Edwin Powell Hubble usando un telescopio de 100 pulgadas del Monte Wilson en California, comprobó que las galaxias no permanecen en reposo, sino que avanzan de nuestra galaxia con una velocidad proporcional a su distancia. Similar a la gran explosión, comenzó la expansión del universo y luego el proceso se mantiene por inercia ganándole a la fuerza de atracción gravitacional. Al saber Einstein sobre la expansión del universo, mencionó que ya no era necesario continuar con el uso sobre la constante cosmológica, ya que, en principio servía para un universo en equilibrio estático, y ya que no es así, es innecesario dificultar más la teoría.

El resultado que dos años antes estableció Lemaître, que expresa la relación lineal entre la velocidad de separación de las galaxias distantes y su distancia de la nuestra, se demostró empíricamente, y hoy lo conocemos como ley de Hubble.

Quizás el aspecto más sorprendente de las memorias de Einstein de 1917 es que no consideró la estabilidad de su modelo cósmico. Cuando finalmente abandonó el estudio del universo de Einstein en 1931, fue por el doble motivo de que el modelo era inestable y estaba en conflicto con la observación empírica (O’Raifeartaigh y col., 2017; Harrison, 1986; Rodríguez, 2005).

IV. El objetivo de este documento

La aportación principal de este documento se presenta en esta sección, cuyo objetivo es mostrar a la gente interesada en el tema (en particular profesores de secundaria y bachillerato) que también se puede comprender conceptos de la cosmología con matemáticas y física básica en algunos casos, con la intención de motivarlos a seguir aprendiendo y cuestionando sobre las teorías del universo y de la ciencia en general.

Newton dijo que, *si los cielos y sus estrellas fueran de extensión finita, "caerían hasta el centro y allí formarían una gran masa esférica", pero evitó calcular el tiempo del colapso gravitatorio.*

¿Aún en la actualidad es una interrogante, porqué Newton no abordó la escala de tiempo para el colapso del universo?

Quizás Newton no pensó en calcular las escalas de tiempo cósmicas. Pero, ésta no es una explicación para una persona cuya mente nunca estuvo en reposo. Comencemos por analizar de forma elemental esta pregunta.

Newton mencionó que un sistema sideral colapsaría en su centro si fuera de tamaño finito. Ignoró la posibilidad de un movimiento aleatorio o sistemático, que hoy en día

damos por sentado en sistemas como los cúmulos globulares o las galaxias. Sin embargo, el concepto de equilibrio dinámico, no se adelantó a su época.

Fue William Thomson (Lord Kelvin) en 1902 quien hizo el primer cálculo del colapso gravitacional. Consideró un sistema esférico consistente en una distribución uniforme de estrellas de masa total M , radio inicial r_0 y constante de gravitación G . Integró la ecuación de movimiento y obtuvo la velocidad de caída del límite en el radio r , así pues

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 2GM \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right) \quad (1)$$

una segunda integración da el tiempo de colapso del sistema, desde un radio inicial r_0 , hasta un radio igual a cero:

$$t = \pi \left(\frac{r_0^3}{8GM}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Ahora con una densidad de valor inicial ρ_0 dado por $M / (4/3)\pi r_0^3$, la expresión para el tiempo de colapso se convierte en

$$t = \left(\frac{3\pi}{32G\rho_0}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

por lo tanto, el tiempo para el colapso no depende del radio de la esfera en cuestión, es decir, el tamaño inicial de un sistema de estrellas no afecta el tiempo total de colisión entre ellas.

Estimar el tiempo de caída a partir del movimiento orbital de una partícula en el campo gravitatorio de una masa M estaba dentro del alcance de los Principia de Newton.

Newton también se enfrentó a los cálculos de estas escalas de tiempo y una necesidad obvia de definir "separación amplia". Por ejemplo, en los Principia, él estimó que un globo de hierro al rojo vivo del tamaño de la tierra tardaría más de 50 000 años en enfriarse. Como vemos, no se le pasó por alto la necesidad de calcular escalas de tiempo cósmicas (Harrison, 1986).

Parece haber pocas dudas de que Newton pudo haber descubierto que el tiempo para el colapso depende de la densidad del sistema sideral y no de su tamaño y que el tiempo es del orden de 100 millones de años.

En esta parte entramos a nuestro objetivo con la herramienta básica. La fuerza gravitacional entre dos cuerpos (ecuación de movimiento) es: fuerza de atracción, proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas, matemáticamente:

$$F = G \frac{Mm}{r^2}, \quad \text{donde } G \text{ es la constante gravitacional } (G = 6,67428 \times 10^{-11} \text{m}^3 / \text{kg s}^2).$$

Además, sabemos que la fuerza se puede expresar también como $F=ma$, donde m es la masa de la partícula en cuestión, y a su aceleración (Tipler y Mosca, 2010; Viniegra Heberlein, 2016).

Desde el punto de vista moderno, es indudable que una distribución infinita de materia bajo la influencia de la gravedad newtoniana se colapse. Una forma de comprender correctamente la situación en el sentido de este escrito es imaginar al universo como una esfera finita de un cierto radio y pensar que el radio es cada vez mayor, hasta tener una esfera de radio infinito (Guth, 1997), como se considera en Figura 1.

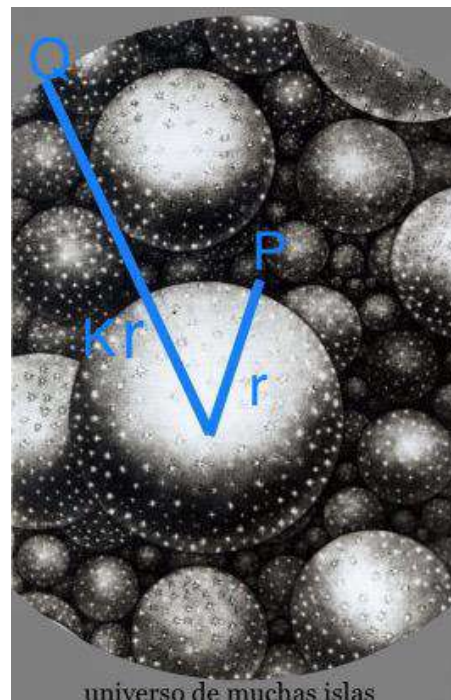


Figura 1. El universo de muchas islas de Thomas Wright, con un número infinito de sistemas estelares (<https://eppursimuov3.wordpress.com/2010/01/11/reflections-in-cosmology-6-finite-or-infinite-universe/>)

A continuación, mostraremos con principios elementales de matemáticas y física que la fuerza de la gravedad hará que, para cualesquiera dos esferas con la misma densidad, pero de diferente radio colapsen en un punto en la misma cantidad de tiempo. Podemos pensar en que se duplica y se reduplica el tamaño de una de estas esferas cuantas veces se desee, pero el tiempo en caso de colapso no cambiará.

Consideremos las dos esferas masivas con una densidad de materia ρ , y radios r , kr respectivamente, así como también suponemos que las esferas tienen ciertas distribuciones de partículas (como el universo y sus estrellas), tan pequeñas en comparación con las distancias que las separan, que al colapsar no habrá colisión entre ellas, sino que chocan todas las partículas en un punto. Puesto que las estrellas no chocan entre si no habrá fuerzas de presión que resistan la contracción y podemos considerar sólo la fuerza gravitacional.

Para estudiar el colapso fijamos nuestra atención en el movimiento de un punto situado sobre la superficie de una de las esferas, digamos la de radio r y punto final P (observemos la imagen anterior). La fuerza que experimenta el punto P será:

$$F_p = -G \frac{M_r m}{r^2}. \quad (4)$$

Donde M_r es la masa total de la esfera, m representa la masa del punto P y r el radio de la esfera.

El volumen de la esfera sabemos es $\frac{4\pi r^3}{3}$, y si ρ es la densidad, entonces la masa M_r es $\frac{4\pi r^3}{3} \rho$, así la fuerza queda como

$$F_p = \frac{4\pi}{3} (G\rho m)r. \quad (5)$$

Como también $F=ma$, entonces la aceleración en el punto P es

$$a_p = \frac{4\pi}{3} (G\rho)r. \quad (6)$$

Ahora, si consideramos la esfera de la misma densidad, pero de radio kr , (con $k>1$) entonces la aceleración en el punto Q, sobre la superficie de la esfera después de realizar un camino similar al anterior será

$$a_Q = \frac{4\pi}{3} (G\rho)kr.$$

(7)

Por lo tanto, tenemos que la fuerza sobre Q resulta ser k veces que la fuerza sobre P, y lo mismo es cierto para las aceleraciones, la aceleración de Q será k veces la de P, por lo que en cualquier momento dado la velocidad de Q será k veces la de P. Puesto que la distancia que Q debe recorrer mientras se colapsa al centro es también k veces, podemos afirmar que las dos esferas se colapsarán en la misma cantidad de tiempo. Por lo tanto, hemos probado el siguiente enunciado.

Si pensamos en que k tiende a infinito, entonces el colapso no se evita, aun cuando el universo sea infinito.

En efecto que, de las aceleraciones en P y Q, considerando una relación directa, y poniendo $r_0 = kr$, se obtiene también el tiempo del colapso encontrado en la ecuación (3).

Si la materia se propaga de manera uniforme por todo un espacio infinito, ¿cómo elegiría un centro hacia el cuál colapsarse? La respuesta es que, en contra de lo que dicta la intuición, la materia puede contraerse uniformemente sin elegir un centro. Cada observador será un centro. Sin importar en qué punto del universo infinito puede estar el observador, vería toda la materia restante del universo colapsándose hacia él (Guth, 1997; Hawking, 1988; Rodríguez, 2005). *Es importante mencionar, que las técnicas teóricas de las matemáticas aplicadas a la física en ocasiones nos dan sorpresas, aquí mostramos un ejemplo, donde no importa si las estrellas son de extensión finita o la extensión converge al infinito, el tiempo calculado para que las estrellas caigan en cualquier punto de esta extensión es el mismo, sin tener ninguna dificultad o cuestionamiento en el desarrollo matemático como se puede notar al resolver la ecuación (1).*

Conclusiones

Es importante mencionar que en este documento citamos a muy pocos autores principales que abordaron el tema, no obstante, han sido bajo nuestra óptica los más relevantes. En la actualidad existen numerosos estudios en distintas direcciones sobre el estudio del universo hecho por otros científicos igual de competentes.

Entre estas investigaciones se encuentra, un universo que se infla a partir del universo estático de Einstein después de un período de tiempo indefinido. Se piensa que este escenario, conocido como 'el universo emergente', podría evitar grandes dificultades en la cosmología moderna como el problema del horizonte, la era de la gravedad cuántica y la singularidad inicial (O'Raifeartaigh y col., 2017).

Aún no se sabe si el universo emergente ofrecerá una descripción plausible y consistente sobre la evolución del universo, pero notamos, como tantas veces, la relevancia de los modelos pasados del universo en la investigación actual.

Tengamos la esperanza finita de conocer en algunos años, si coincidimos en un universo que: tuvo comienzo o finaliza (o ninguna de las dos cosas), o si es autónomo. O igual vendrán otras mentes como Bentley, Olbers o Lemaître a abrir nuevos caminos de investigación sobre este estudio del universo.

Agradecimientos

Agradezco a todos los profesores de la FCFM de la UAdeC por todo su tiempo compartido absoluto, independientemente donde nos encontremos.

Bibliografía

Bruce, B. (2003) *The Infinite Universe of Einstein and Newton*. (Primera edición). USA: Ed. Braun Walker Press, Portland Florida USA. Pp. 116

Guth, A. H. (1997). *The Inflationary Universe: The quest for a new theory of cosmic origin*. (Primera edición). USA: Ed. Helix Books, Cambridge Massachusetts. Pp.358

Harrison, E. (1986). Newton and the Infinite Universe. *Physics Today*. 39 (2): 24–32. <https://doi.org/10.1063/1.881049>

Hawking, S. (1988). *Historia del tiempo del Big Bang a los Agujeros Negros*. (Primera edición). España: Ed. Crítica. Pp. 177

Lemaître, G. (1958). The primeval atom hypothesis and the problem of the clusters of galaxies. In R. Stoops (Ed.), *La Structure et l'Évolution de l'Univers* (pp. 1–25). Bruxelles: Institut International de Physique Solvay, Belgium.

O’Raifeartaigh, C., O’Keeffe, M., Nahm, W., Mitton, S. (2017). Einstein’s 1917 Static Model of the Universe: A Centennial Review. *The European Physical Journal H*. 42(3): 431-474. DOI: [10.1140/epjh/e2017-80002-5](https://doi.org/10.1140/epjh/e2017-80002-5)

Rodríguez, L. F. (2005). *Un Universo en Expansión*. (Cuarta edición). México: Ed. Fondo de Cultura Económica México-México, Colección la ciencia para todos. Pp.105

Tipler, P. A., Mosca, G. (2010). *Física para la ciencia y la tecnología. Vol. 1A Mecánica*. (Sexta edición). España: Ed. Editorial Reverté. S.A. Pp. 490

Turnbull, H.W. (1961). *The Correspondence of Isaac Newton*. Vol. III, 1688-1694. UK: Ed. Cambridge University Press, 233 Pp.

Tyson, N. deG. (2017). *Astrofísica para gente con prisa*. México: Ed. Paídos. Pp. 216

Viniegra Heberlein, F. (2016). *Una Mecánica sin talachas*. (Tercera edición). , última edición. México: Ed. Fondo de Cultura Económica México-México, Colección la ciencia para todos. Pp. 271.